

نقش عوامل اجتماعی در معرفت ریاضی و منطقی، برمبانی دیدگاه‌های مکتب ادینبرا

* شهرام شهریاری

چکیده

برنامه قوى در جامعه‌شناسی معرفت علمی با نام مکتب ادینبرا و دیدگاه‌های نسبی انگارانه اين مکتب شناخته شده است. براساس اين رویکرد، همه آنچه «معرفت» به شمار می‌رود، صرف نظر از صدق یا کذب آن، علی دارد که به پذیرش آن در جامعه انجامیده است و جامعه‌شناس موظف است که اين علل را بباید. اين برنامه، برخلاف برنامه‌های ضعیف‌تری که معرفت علمی را استثنای می‌کرند، بر اين ایده مبنی است که عوامل اجتماعی در شکل‌گیری معرفت علمی تجربی و حتی ریاضیات و منطق، یعنی معرفت‌هایی که از سخن ضروری به شمار می‌روند، نیز نقش دارند. در این مقاله درصد دیدگاه‌های مکتب ادینبرا را در زمینه منطق و ریاضی معرفی و تبیین کنیم. به این‌منظور، نخست مبانی فکری این رویکرد را به‌اجمال معرفی و سپس دیدگاه‌های اصلی آنان را درباره نقش ابعاد جامعه‌شناسانه در منطق و ریاضیات به اختصار ذکر می‌کنیم. در بخش‌های بعدی مقاله مهم‌ترین یا بدیع‌ترین مطالعات موردی عرضه شده را بررسی و آن‌ها را در باب برهان خلف، تصمیم‌گیری و چانه‌زنی در ریاضیات، اثبات گزاره‌های ریاضی، و اعتبار استدلال‌های منطقی نقد و ارزیابی می‌کنیم و در انتهای نیز نکاتی درباره رویکرد نظری آنان و نتایجی که به‌نظر می‌رسد می‌توان از این بحث گرفت مطرح خواهیم کرد.

کلیدواژه‌ها: جامعه‌شناسی معرفت علمی، برنامه قوى، صدق ضروری، تمایز توجیه/تبیین.

* دانشجوی دکتری فلسفه علم، پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی، shshahryari@gmail.com
تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۳/۵، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۸/۲۳

۱. مقدمه

جامعه‌شناسی معرفت علمی (SSK = Sociology of Scientific Knowledge) علم را همچون فعالیتی اجتماعی در نظر می‌گیرد که تحت تأثیر تعلقات و عوامل اجتماعی ایجاد می‌شود. آنچه با عنوان «برنامه‌های قوی» (Strong Programs) در این رویکرد معرفی شده درصد نشان‌دادن این نکته است که عوامل اجتماعی در شکل‌گیری محتواهای معرفت (و از جمله معرفت علمی) نقش علیّ دارند. یکی از اصلی‌ترین پروژه‌ها در جامعه‌شناسی معرفت علمی که برنامه‌قوی عمدتاً با نام آن شناخته شده دیدگاه‌های مکتب ادینبرا (Edinburgh school) است. فیلسوفان و جامعه‌شناسان این مکتب درکنار بررسی معرفت‌شناختی معرفت بررسی جامعه‌شناختی آن را هم لازم می‌دانند و در این مسیر علوم طبیعی و حتی ریاضی را هم مستثنی نمی‌کنند (Bloor, 1991: 4). دیوید بلور، از اصلی‌ترین متفکران مکتب ادینبرا، معرفت را از منظر جامعه‌شناس هر چیزی می‌داند که به نحو جمعی بهمنزله معرفت تأیید شود، نه باور صادق یا باور صادق موجه (ibid: 5). برنامه‌قوی‌ای که این مکتب از آن دفاع می‌کند باورها را معلوم علل و عوامل اجتماعی می‌داند و به‌این ترتیب تبیین علیّ یکسانی برای آن‌ها عرضه می‌کند، چه آن باورها صادق باشند چه کاذب، چه به‌ نحو معقول باور شده باشند و چه به‌ نحو نامعقول. وی خود جامعه‌شناسی معرفت را نیز از دامنه چنین بررسی‌ای استشنا نمی‌کند، به‌نظر وی، باورهای جامعه‌شناس نیز باید بر حسب علل و عوامل اجتماعی تبیین شود. به‌این ترتیب، بلور «برنامه‌قوی» را دارای این چهار ویژگی معرفی می‌کند (ibid: 7):

۱. علیّ (causal) است. یعنی در صدد جست‌وجو یا اوضاع و احوالی است که موجب شکل‌گیری یک باور یا وضعیت معرفتی شده است.

۲. در قبال صدق یا کذب، معقول یا نامعقول بودن، و موفقیت یا شکست نظریه بی‌طرف (impartial) است، چراکه هر دو جانب این تقابل‌ها نیازمند تبیین‌اند.

۳. در نحوه تبیین خود متقارن (symmetrical) است؛ بدین معناکه نحوه تبیین یکسانی را برای باورهای فرضی صادق یا کاذب عرضه می‌کند.

۴. بازتابی (reflexive) است؛ به‌این معناکه الگوهای تبیین آن را می‌توان در تبیین خود جامعه‌شناسی نیز به‌کار برد. از نظر بلور، فقدان این ویژگی موجب نقض یک نظریه است، زیرا تبیین‌ها باید کلی باشند و خود آن نظریه باید از آن استشنا شود.

وی این برنامه را ترکیبی از آرای دورکهایم، مانهایم، و زینانیکی می‌داند (ibid) و آن را شامل منطق و ریاضی هم می‌داند (ibid: 4). چنان‌که در بحث از مورد پژوهی‌های ریاضی

خواهیم دید، مکتب ادینبرا در صدد است پذیرش باورها را حتی در حیطهٔ ریاضیات بر حسب اوضاع و احوال و علایق و منافع اجتماعی تبیین کند، چه باورهای ریاضی‌ای که اینک صادق به‌شمار می‌روند و چه آن‌هایی که کاذب به‌شمار می‌روند. این رویکرد ارزش‌گذاری باور را معیاری برای تبیین متفاوت نمی‌داند.

وی رویکردی دیگر را به‌نام «خودبنیادی معرفت» (autonomy of knowledge) به بسیاری از محققان (از جمله مانهایم و لاکاتوش که در بسیاری مواقع الهام‌بخش جامعه‌شناسان معرفت بوده‌اند) نسبت می‌دهد که براساس آن صادق، عقلانی، علمی، یا عینی بودن باور برای پذیرفته شدن آن کافی است و نیازی به تبیین یا تبیین علی پذیرش آن نیست. هنگامی که فرد معقول عمل می‌کند و نتایج منطقی می‌گیرد، همین رابطهٔ معقول و منطقی خود بهترین تبیین برای باورهای اوست. حضور عوامل اجتماعی را فقط در آرای کاذب، نامعتبر، یا نامعقول به‌دست‌آمده می‌توان مشاهده کرد. اما به‌نظر بلور چنین رویکردی هرچند سازگار می‌نماید و نمی‌توان با دلایل منطقی به‌سادگی آن را رد کرد، بر این ایده مبتنی است که علل و به‌ویژه علل جامعه‌شناختی فقط به انحراف در شناخت و بروز آرای نادرست و نامعتبر منجر می‌شوند و لذا اگر معلوم شود که رأی تحت تأثیر عوامل اجتماعی متعین شده است لزوماً باید کاذب دانسته شود (ibid: 8-17).

با پذیرش نقش علی عوامل اجتماعی در معرفت و ازسویی متفاوت‌بودن این عوامل در جوامع گوناگون، مکتب ادینبرا خود را به‌گونه‌ای نسبی‌انگاری معرفت متعهد می‌داند. از این‌رو، بلور به‌همراه بارنز، یکی دیگر از چهره‌های بر جستهٔ مکتب ادینبرا، در مقاله‌ای به‌نام «نسبی‌انگاری، عقل‌گرایی، و جامعه‌شناسی معرفت» (Barnes and Bloor, 1982) در صدد دفاع از نسبی‌انگاری در معرفت برمی‌آیند. آن دو نسخه‌ای از نسبی‌انگاری را می‌پذیرفته‌شدن اصل تقارن (symmetry postulate) در تبیین مبتنی است؛ اصلی که مدعی است پذیرفته شدن باورها صرف‌نظر از صدق یا کذب‌شان علتی مستقل دارد که جامعه‌شناس در پی آن است؛ به‌دیگربیان، صدق باور علت پذیرش آن نیست، بلکه پذیرش باور تبیینی دیگر لازم دارد که به صدق یا کذب آن مربوط نمی‌شود. بارنز نیز در کتابش معرفت علمی و نظریه جامعه‌شناختی می‌گوید کار جامعه‌شناس این است که بررسی کند باورها و شناخت به‌نحو طبیعی چگونه بروز می‌باشد (Barnes, 1974: 8)، نه آن‌که چگونه باید به‌دست بیایند. بنابراین، وی راه خود را در بررسی روند تولید معرفت از فیلسوف جدا می‌کند؛ مثلاً، در حالی که

معرفت‌شناسان و فیلسوفان علم استقرا را توجیه مناسبی برای تولید باورهای صادق نمی‌شمرند، جامعه‌شناس آن را بهمثابة روندی که در جوامع متعدد پذیرفته شده است شیوه طبیعی تولید باورهای کلی می‌داند (ibid: 9).

متفسران مکتب ادینبرا به کرات به رویکرد طبیعی انگارانه خود اشاره می‌کنند و توجه می‌دهند که جامعه‌شناسی برای آن که بتواند مبانی تجربی و دعاوی علمی داشته باشد باید هرگونه تمسک به امور مرموز و فراتطبیعی برای دانستن ریاضیات را با بدینی بنگرد؛ از جمله ادعای اتکا بر شهودهای فراحسی، یا درک و دریافت مستقیم و عقلانی صدق‌های ریاضی از راههایی غیرعلی (Barnes et al., 1996: 173).

از مجموع آن‌چه درباره مبانی فکری این مکتب گفته شد نتیجه می‌شود که هرجا باوری صادق یا کاذب تلقی شده است عواملی اجتماعی نقش داشته‌اند که پیدایش یا پذیرش آن را متعین (determine) کرده‌اند. موردپژوهی‌های متعددی که این نویسندها بررسی کرده‌اند مثال‌های نقضی برای ایده خودبنیادی معرفت است که می‌تواند نشان دهد مقبولیت باورها، چه باورهای صادق و چه باورهای کاذب، علل اجتماعی دارد.

۲. موردپژوهی‌هایی پیرامون اثر عوامل اجتماعی بر معرفت ریاضی و منطقی

چنان‌که گفته شد، جامعه‌شناسان معرفت (و از جمله متفسران نسبی انگار مکتب ادینبرا) منطق و ریاضی را نیز از تأثیر عوامل اجتماعی برکنار نمی‌دانند؛ از این‌رو گهگاه در آثارشان مواردی را بررسی کرده‌اند که نشان می‌دهد عوامل اجتماعی چگونه می‌توانند بر معرفت ریاضی و منطقی (که عموماً محکم‌ترین و نقض‌ناپذیرترین عرصه معرفت بهشمار می‌روند) اثر بگذارند.

موردپژوهی‌هایی که در آثار این محققان یافته‌ایم ذیل چند عنوان قرار می‌گیرد؛ نخست، تحلیل مفاهیم و آرای برخی از صاحب‌نظران فلسفه ریاضی و منطق و یافتن استلزمات آن که بر نقش ضروری ابعاد اجتماعی در عرصه ریاضیات و منطق صحه می‌گذارد؛ بخش دیگری از تلاش‌ها ناظر به این نکته است که آیا چیزی به عنوان «ریاضیات جای‌گزین» اصلاً قابلیت تحقق و تصور دارد یا نه. بلور با مراجعه به تاریخ تغییرات و تحولات دیدگاه‌ها در ریاضیات می‌کوشد نشان دهد تصور کنونی از ریاضیات یگانه تصور ممکن از آن نبوده است. تاریخ تفکر ریاضی بشر نظام‌های ریاضی متفاوتی را نشان می‌دهد و چنین تغییراتی را در آینده هم می‌توان انتظار داشت. هرچند طبیعی به‌نظر می‌رسد که چنان نظام‌هایی از دیدگاه ریاضی دانان

امروزی مردود باشند، نمی‌توان ریاضیات کنونی را معیار همیشگی تعیین دامنه ریاضیات و دیدگاه‌های متفاوت با آن را خارج از دامنه ریاضیات دانست. بهنظر بلور، تحولاتی که در آینده ریاضیات قابل انتظار است یا تغییر مزه‌های دامنه‌ای است که اینک ریاضیات شمرده می‌شود، یا در نحوه ارتباط، استفاده، تشبیه، و استلزمات متأثیریکی قواعد ریاضی، یا در معانی نمادها و محاسبات، یا در میزان دقت و نحوه اثبات‌ها، یا نهایتاً در چیستی و کاربرد آن‌چه بدیهی یا صدق منطقی تلقی می‌شود (ibid: 110).

این پژوهش‌های موردنی نهایتاً بلور را به این نتیجه رهنمون می‌شود که ریاضیات هم عرصهٔ وسیعی برای باورهای شخصی، تغییرات نوآورانه، نبود یقین و همچنین اختلاف‌نظر، ناهنجاری، و خصایص فردی است. بهنظر وی، ریاضیات هم حیطه‌ای تجربی است که در آن بخشی از تجربیات مدلی می‌دهند که مسائل دیگر را در چهارچوب آن باید دید (ibid: 125-129). بهاین ترتیب، بلور عرصهٔ ریاضیات را هم دارای تغییراتی مهم می‌داند که به موجب تاریخ‌نویسی گزینشی (که در آن معیارهای ریاضی دانستن یک نظریه را تعلقات جامعه علمی، از جمله شباهت یا هماهنگی داشتن به آرای خودشان، تعیین می‌کند) نادیده و نامرئی تلقی شده‌اند و مثال‌های نقض و پارادایم‌های دیگر به منزله دوره‌های انحراف از تاریخ ریاضیات کنار گذاشته شده‌اند و درنتیجه، ریاضیات عرصه‌ای یقینی و فاقد اختلاف‌نظر معرفی شده است (ibid: 129).

بخش دیگری از موردپژوهی‌ها برای نشان‌دادن نقش اموری همچون چانه‌زنی‌ها، مذکرات، و اقناع در عرصهٔ منطق و ریاضیات است. بلور معتقد است همان‌طور که نقش‌ها و وظایف ما ممکن است با یکدیگر تعارض داشته باشند، شهودهای منطقی ما هم ممکن است چنین تعارضی با هم داشته باشند و از پیش نمی‌توان معلوم کرد که استدلال به چه نتایجی مستهی می‌شود و بحث بر سر این تعارض‌ها و نقض‌ها به کجا خواهد کشید. بلور این رأی جان استوارت میل (Mill, 1959: II and III) را مبنای پژوهش خود می‌داند که این تصمیم‌ها هستند که اعمال ما را شکل می‌دهند، نه دلایل. دلایلی که می‌آوریم فقط تفکر ثانوی ما هستند که بعدها ساخته می‌شوند. رابطه بین دلایل با مواردی که مصاديق آن شمرده می‌شوند رابطهٔ استلزماتی نیست، بلکه رابطه‌ای تفسیری است که خودمان برقرار می‌کنیم. میل منطق صوری را، به همین‌نحو، صرفاً نمایش استدلال‌هایی می‌داند که از پیش به کار گرفته‌ایم. بهنظر میل، رابطهٔ مصاديق استدلال‌های منطقی با اصول آن نیز رابطه‌ای تفسیری است که بلور آن را همان مذکره و چانه‌زنی می‌داند. بهاین ترتیب، تفکر صوری ابزاری متأخر در دست تفکر غیرصوری

است و با آن اداره می‌شود (Bloor, 1991: 133). بلور برای اساس مواردی را برسی می‌کند تا نشان دهد تغییر آرا در منطق و ریاضیات نیز با اقنان امکان‌پذیر است و توجهات جدید، انگیزه‌های جدید، و شرایط جدید می‌توانند باورها را در این عرصه هم تغییر دهند.

بلور در پاسخ به این پرسش که اگر ریاضیات هم عرصه ضرورت و قطعیت نیست، چرا در حیطه ریاضی چنین اختلافات اساسی‌ای تاکنون بروز نکرده، علاوه بر آن‌چه پیش‌تر درباره تاریخ‌نویسی گرینشی ریاضیات (یعنی ریاضی‌نشماردن نظرهای متفاوت با آرای غالب در یک دوره و کارنها در دیدگاه‌های حاشیه‌ای) گفته شد، تمایلات استدلالی مشابه در انسان‌ها و هم‌چنین مشترک‌بودن محیط زندگی که مدل‌های تجربی مشابهی پدیدارد می‌آورد و نیز تماس میان فرهنگ‌ها را ذکر می‌کند. به علاوه، او برای نشان‌دادن این نکته که ریاضی‌دانان موارد نقض نظریه خود را چگونه به حاشیه می‌رانند پارادوکس خرمون را مثال نقضی برای قاعده وضع مقدم می‌داند. چنان‌که توضیح خواهیم داد، ریاضی‌دانان با «پارادوکس» یا «معما» نامیدن چنین مواردی در واقع می‌کوشند مذکور را حفظ کنند و نقض‌ها را به اموری حاشیه‌ای تر مثل ابهام در مفاهیم نسبت دهند. به همین ترتیب، دست‌کم گرفتن دیگر نقض‌هایی که برای قاعده‌های ریاضی یا منطقی دیده می‌شود از روش‌های ریاضی‌دانان و منطق‌دانان برای یقینی و خدشه‌ناپذیر نمایاندن این عرصه‌هاست (ibid: 179-183).

بلور هم‌چنین با آرای لاكتوش در کتاب برهان‌ها و ابطال‌ها (Lakatos, 1963) همدلی نشان می‌دهد که: همه لوازم روش‌شناختی علوم تجربی هم‌چون اختلاف‌نظر، یقینی‌نبودن، و نبود پایانی برای سیر ماجرا در عرصه ریاضیات نیز مانند علوم طبیعی و تجربی دیگر دیده می‌شود. بداهت، چه در اصول موضوع (axioms) و چه در قواعد استنتاجی، فقط ناشی از نبود تلاش نقادانه برای به‌چالش کشیدن آن اصل یا قاعده است. با تفکر نقادانه معلوم خواهد شد که چه‌اندازه از آن اموری که بدیهی تصور شده‌اند سرراست و پذیرفتی نیست. حاصل این که برای صدق‌های منطقی و ریاضی نمی‌توان مبنای ویژه‌ای متفاوت با علوم تجربی متصور شد (Bloor, 1991: 152-153). درنتیجه، منطق هر دوره آن چیزهایی است که مردم آن دوره بدیهی یا مسلم تلقی کرده‌اند و این یعنی ریاضیات و منطق و بداهت و اعتبار صدق‌ها و قواعد آن‌ها نیز فقط مبانی اجتماعی دارند (ibid: 155-156).

از دیگر مواردی که مکتب ادینبرا برای رد ضروری و بدیهی‌بودن ریاضیات و تأیید نقش عوامل غیرمعرفتی و تعلقات اجتماعی در آن عرصه می‌کند تلاش برای

نشان دادن این است که پذیرش ساده‌ترین صدق‌های ریاضی (مانند این گزاره یا به‌زعم برخی قضیه theorem که $2+2=4$) از نیازها و قراردادهای جامعه برآمده‌اند و برخلاف نظر عقل‌گرایان^۱ و ایده خودبنیادی معرفت توجیه عقلانی مستقلی ندارند (Barnes et al., 1996: 165-198). همچنین بلور (Bloor, 1994) می‌کوشد با عرضه امکان ریاضیاتی جای‌گزین ابعاد قراردادی ریاضیات را نشان دهد و از آن‌جاکه جامعه‌شناس با ابعاد قراردادی معرفت، که ابعادی ممکن‌اند نه ضروری، سروکار دارد نشان دهد که عرصه ریاضیات نیز موضوع بررسی‌ها و تحقیق‌های جامعه‌شناسختی است. به‌نظر او، کلی و فراگیربودن یک قاعده یا رفتار به معنای نبود ابعاد جامعه‌شناسختی یا قراردادی در آن نیست؛ همچنان‌که غذاخوردن یک عادت فرهنگی فraigیر است، اما ابعاد قراردادی آن در جزئیات هر فرهنگی ظاهر می‌شود. چنین وضعی را درباره ریاضیات (حتی اگر مجموعه قواعدی جهانی و فraigیر باشد) نیز می‌توان یافت (ibid: 22). براین اساس، صرف این‌که قاعده‌ای مثل وضع مقدم یا $2+2=4$ در همه فرهنگ‌ها و جوامع پذیرفته شده باشد (که البته در چنین پذیرش فraigیری تردید هست)، نمی‌توان این پذیرش را دلیلی برای صدق مطلق آن اصل یا قاعده دانست یا وجود عوامل اجتماعی را در پذیرش آن رد کرد و پذیرفتن آن را ناشی از صدق یا دلایل توجیهی آن دانست (ibid).

درادامه، برخی از این موردنپژوهی‌ها را با جزئیات بیش‌تر بررسی خواهیم کرد و چگونگی تأثیر عوامل اجتماعی (از قبیل تأثیر مقوله‌بندی‌های متفاوت فرهنگ‌ها در نتیجه‌گیری‌های مختلف، نادیده‌گرفتن مثال‌های نقض، تأثیر عوامل عمل‌گرایانه در استنتاج‌ها، حضور یادگیری، و قراردادهای اجتماعی در ساده‌ترین و به‌زعم برخی بدیهی‌ترین گزاره‌های ریاضی) و نهایتاً ناتوانی مدل خودبنیاد معرفت در توضیح صدق باورهای علمی را بر مبنای آرای بلور ذکر خواهیم کرد.

۳. برهان خلف برای ریشه ۲

مثالی که بلور برای بحث از برهان خلف و نشان دادن نقش عوامل اجتماعی در استدلال‌های ریاضی می‌آورد اثبات ریشه دوم عدد $\sqrt{2}$ است که ریاضی دانان امروزه آن را عددی «گنگ» می‌نامند؛ به معنای این‌که نمی‌تواند معادل هیچ کسری به‌شکل $\frac{p}{q}$ باشد. استدلال ارسطو برای گنگ‌بودن $\sqrt{2}$ این است که اگر چنین نباشد، یعنی اگر $\sqrt{2}$ عددی گویا و معادل کسر

$\frac{p}{q}$ باشد، و اگر فرض کنیم این کسر با حذف عوامل مشترک از صورت و مخرج به‌اندازه ممکن ساده شده باشد، آن‌گاه طرفین کسر را مجدور و هر دو را در مجدور مخرج کسر (q) ضرب می‌کنیم. یعنی:

$$\frac{p}{q} = \sqrt{2} \quad \rightarrow \quad p^2 = 2q^2$$

اما p^2 زوج است، چون معادل عددی با ضریب ۲ است و اگر p^2 زوج است p هم باید زوج باشد (زیرا اگر عددی فرد باشد، مجدور آن هم فرد خواهد بود). لذا می‌توان نوشت:

$$p = 2n$$

$$p^2 = 4n^2 = 2q^2$$

$$q^2 = 2n^2$$

این نشان می‌دهد که q هم باید زوج باشد. اما زوج بودن p و q به این معناست که صورت و مخرج، هر دو، عامل ۲ را دارند و این خلاف فرض نخست ماست که کسر تا جای ممکن ساده شده است. ریاضی‌دانان معاصر این را تناقض می‌دانند و این فرض را که $\sqrt{2}$ قابل‌نمایش به صورت کسر گویا باشد تنها مقدمه مشکوک در این استدلال می‌بینند. بنابراین، از منظر ایشان باید نتیجه گرفت که ریشه عدد ۲ گنگ است.

بلور می‌گوید اگرچه این استنتاج ریاضی‌دانان برای ما مسلم می‌نماید، برای یونانیان باستان چنین نبوده است. آن‌ها این مقدمه را که $\sqrt{2}$ عدد است کنار می‌گذاشته‌اند؛ بنابراین، نتیجه آنان از این برهان خلف این بوده که $\sqrt{2}$ اصلاً عدد نیست (ibid: 125). بلور می‌افزاید این‌که استدلال کدامیک از این دو نتیجه را اثبات کرده است کاملاً به پیش‌فرض‌های ما درباره عدد و محاسبه وابسته است. در جامعه‌ای مثل یونان باستان که از عدد صرفاً برای شمارش اشیا استفاده می‌شده است، طبیعتاً به اعداد گنگ نیاز نبوده و در میان مقولات آن جامعه اصلاً چنین مقوله‌ای نبوده است. در نتیجه، در چنین جامعه‌ای اگر عددی گویا نباشد اصلاً آن را عدد نمی‌دانند. اما در جامعه‌ای که از عدد استفاده‌هایی دیگر هم می‌شود، مثلاً برای محاسبه مساحت، به چنین مقوله‌ای نیاز خواهد بود و نمادهایی مثل $\sqrt{2}$ هم به منزله مقوله‌ای از اعداد پذیرفته خواهند شد. در جامعه نخست که اصلاً مقوله اعداد گنگ وجود ندارد و لازمه عددهای بودن را گویای بودن آن می‌دانند نتیجه استدلال این خواهد بود که $\sqrt{2}$ اصلاً عدد نیست، درحالی‌که در جامعه دوم که مقوله اعداد گنگ هم پذیرفته شده است این استدلال فقط می‌تواند نشان دهد که $\sqrt{2}$ عدد گویا نیست.

اما از این مهم‌تر این که اصلاً امکان‌پذیربودن یا نبودن این استدلال نیز به ابعادی اجتماعی وابسته است: لازمه تحقق این استدلال داشتن مقولات زوج و فرد است. در فرهنگی که باوجود داشتن ریاضیات اصلاً زوجیت و فردیت برای اعداد تعریف نشده باشد، عرضهٔ چنین استدلالی ناممکن است. علاوه‌بر داشتن این دو مقوله، لازم است که این دو در نهایت تقابل با هم قرار دهند و جمع‌نایذیر در نظر بگیرند. درغیراینصورت، ممکن است این نتیجه‌های استدلال گرفته شود که برخی اعداد مثل $\sqrt{2}$ هم می‌توانند زوج باشند و هم فرد (ibid: 126). بهنظر نگارنده، اهمیت این نکتهٔ بلور از این‌جا معلوم می‌شود که در برهان‌های خلف لزوماً آن‌چه تناقض شمرده می‌شود به‌شکل صوری $p \sim p$ - ظاهر نمی‌شود، بلکه غالباً ناشی از حضور دو مفهوم است که در آن فرهنگ با یکدیگر در تقابل‌اند. اما تقابل‌ها در همهٔ فرهنگ‌ها به‌یک‌ نحو تعریف نشده اند: در جامعه‌ای شاید شب و روز را در نهایت تقابل با هم قرار داده باشند و در جامعه‌ای دیگر نه؛ شاید در جایی سفید و سیاه در نهایت تقابل با هم دیده شوند و در جای دیگر سرخ و سیاه.

نتیجه‌ای که بلور می‌گیرد این است که محاسبه‌کردنٌ شرایط و پیش‌فرض‌هایی می‌طلبد که در نظام فکری‌ای قرار می‌گیرند که در یک فرهنگ به‌نحو جمعی پذیرفته شده است و بنابراین ابعادی «اجتماعی»‌اند. کاملاً محتمل است که این ابعاد اجتماعی در فرهنگ‌ها و جامعه‌های مختلف تفاوت داشته باشند و به‌تبع آن، محاسبات ریاضی نیز تغییر کند. نقش این ابعاد گاه بیش از تغییر در جزئیات یک محاسبه و بسیار فراگیر است؛ مثلاً کشف اعداد گنگ برای یونانیان «بحران» ایجاد کرد، چون آنان خط و شکل را متشکل از نقطه می‌دانستند و از این‌رو وجود اعداد گنگ با دریافت شهودی و تجربی‌شان از اندازه معارض بود. چه بسا در فرهنگی دیگر که خط و شکل را متشکل از نقطه ندانند متناظرنبودن اعداد گنگ با تعداد معینی نقطه بحران نباشد (ibid).

۴. تصمیم‌گیری و چانهزنی در ریاضیات

این اصل که «کل از جزء بزرگ‌تر است» اغلب اصلی بدیهی تلقی و مبنای فهم بسیاری از قواعد دیگر از جمله ضرب اول از شکل اول منطقی (Barbara) دانسته شده است. این اصل مشترک در همهٔ جوامع و فرهنگ‌های است و حتی کسانی که آن را تجربی دانسته‌اند نیز بر آن‌اند که کاربردهای متعدد و همیشگی آن و نیز همواره در دسترس بودنش آن را اقناع کننده، بی‌واسطه صادق، و مبرا از دعاوی نسبی‌انگارانه ساخته است. برای نشان‌دادن روشی و

بداهت آن، گاه از نمودار دوایر مندرج در یکدیگر استفاده می‌شود تا بهوضوح دیده شود که دایره بیرونی از دایره درونی (که جزئی از آن است) بزرگ‌تر است. بلور، بی‌آن‌که منکر وسعت کاربردهای این اصل و حضور آن در همه فرهنگ‌ها باشد، اقنانع‌کننده‌بودن آن و مقیولیتش در همه عرصه‌ها را نمی‌پذیرد و مدعی است که شاخه‌ای از ریاضیات به‌نام «فراتناهی» (transfinite) اصلاً برمنای انکار آن شکل گرفته است.

توضیح این‌که به‌نظر می‌رسد سلسله اعداد صحیح و سلسله اعداد زوج تناظری یک‌به‌یک با هم دارند؛ هر عضوی از یکی را که در نظر بگیریم، می‌توان به‌ازای آن عضوی در دیگری پیدا کرد، بدون آن‌که این روند هیچ‌گاه گستته شود.

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & \dots \\ & & & & & & & \\ 2 & 4 & 6 & 8 & 10 & 12 & 14 & \dots \end{array}$$

معقول به‌نظر می‌رسد اگر گفته شود دو مجموعه که اعضایشان تناظر یک‌به‌یک دارند تعداد اعضایشان برابر است. این بدان معنا خواهد بود که تعداد اعضای مجموعه اعداد صحیح و مجموعه اعداد زوج صحیح برابر است. اما با توجه به این‌که مجموعه اعداد زوج صحیح بخشی یا زیرمجموعه‌ای از اعداد صحیح است نتیجه می‌شود که جزء همان بزرگی را دارد که کل. مدت‌ها همین ویژگی ظاهرًا تناقض‌آمیز دلیل آن بود که سلسله‌های نامتناهی ناممکن دانسته شوند، اما اینک همین ویژگی تعریف مجموعه نامتناهی را تشکیل می‌دهد. یعنی مجموعه نامتناهی را مجموعه‌ای می‌دانند که تناظری یک‌به‌یک با زیرمجموعه‌ای مناسب با خودش داشته باشد. این مثال نشان می‌دهد که یک اصل ظاهرًا بدیهی ممکن است در شرایطی، مثلًا برای بهره‌گیری از نتایج نظریه یا نظامی که جدیداً ابداع شده است، طرد شود یا استثنای تبصره‌ای پذیرد.

علاوه‌بر این نکته، بلور توجه می‌دهد که علت این تغییر رویکرد تغییر مدل فیزیکی‌ای است که اعداد را بدان تشبیه می‌کرده‌اند. هنگامی که دو مجموعه را به‌شکل دوایر مندرج در هم نشان دهیم بزرگ‌ترین کل از جزء نکته‌ای انکارنشدنی به‌نظر می‌رسد، اما هنگامی که به‌جای آن از دو سلسله ممتد متناظر با هم استفاده کنیم تساوی مجموعه اصلی با زیرمجموعه‌اش امری معقول و پذیرفتی به‌شمار خواهد رفت (ibid: 137).

نتیجه‌گیری بلور از این دو مثال آن است که چانه‌زنی‌ها معانی را ایجاد می‌کنند. این‌که $\sqrt{2}$ گنگ است نکته‌ای نبود که کشف شده باشد، بلکه برای پاسخ به مشکلات ایجادشده مطرح

شد، در عین این که خودش نیز مشکلات دیگری ایجاد می‌کرد و به همین دلیل در ریاضیات یونانی پذیرفته نشد. پس این جا عامل تعیین‌کننده نه الزامات منطقی، بلکه قدرت اقناع یک رأی بوده است. بنابراین، باید گفت که مرز میان مفاهیم و محتوای آن‌ها به همان نحو تعیین می‌شود که مرز میان کشورها یا محتوای نهادها در هر دو چیزی ایجاد می‌شود، نه کشف (ibid: 146). بلور می‌افزاید که اصول صوری همواره به یکی از اشکال ممکن و با توجه گزینشی به ابعاد خاصی از تجربه به دست می‌آیند و از این‌رو توجهات، اهداف، آرزوها، و مشغله‌های جدید می‌توانند شرایطی برای تجدید نظر در معنای قاعده یا نحوه کاربرد آن پدید آورند. از سوی دیگر، چون نمی‌توان گفت که موارد و کاربردهای بعدی یک قاعده لزوماً شبیه موارد قدیمی آن باشند، معانی و ازگان نمی‌توانند نتیجه موارد آتی را تعیین یا الزام کنند. به‌یان دیگر، می‌توان گفت اصل «کل از جزء بزرگتر است» هیچ معنای مطلقی ندارد که در موارد آتی تصمیم‌گیری قطعی‌ای را الزام کند. به‌نظر بلور، ویژگی الزام یک قاعده صرفاً در عادت‌ها، سنت‌ها، و این که پیش‌تر چه مدل‌هایی به کار گرفته شده دارد؛ یعنی، دقیقاً به همان روشی که خوب یا بدبودن یک عمل در بحث‌های اخلاقی توجیه می‌شود (ibid: 137-138).

برای توضیح این نکته، به دیدگاهی اشاره می‌کنیم که در آثار بعدی این نویسنده‌گان با نام «تنهای گرایی» (finitism) معرفی شده است. طبق رأی تنهای گرایی که نویسنده‌گان سابقه آن را به آرای ویتنگشتاین و کوهن می‌رسانند، برای یافتن مصاديق یک مفهوم یا نحوه پیروی از یک قاعده تنها راه آموختن رسم و سنت متعارف جامعه است؛ یعنی، باید بینینم بنابر رسم و سنت افراد جامعه چه اشیایی را ذیل آن مفهوم می‌گذارند یا چگونه آن قاعده را به کار می‌برند. چنین رسم و سنتی در جوامع و فرهنگ‌های مختلف صورت‌های متفاوتی می‌یابد که نمی‌توان یکی را بر دیگری ترجیح داد یا از پیش آن را تعیین کرد. مثلاً، کودک برای این که دقیقاً بداند چه چیزهایی را باید «پرنده» بخواند باید یاد بگیرد که کلام شباhtها و کلام تفاوت‌ها را مهم بشمارد و کدامها را نه. این چیزی نیست که خودش بتواند به‌نهایی بر مبنای شباهت‌ها یا تفاوت‌های بین موجودات تشخیص دهد؛ پرنده و هواییما شباهت‌های زیادی دارند که او باید یاد بگیرد که مهم نیستند. هم‌چنین به‌همان اندازه تفاوت‌هایی دارند که بین هر دو شیء، مثلاً بین هر دو پرنده، هم هست؛ اما وی باید یاد بگیرد که این تفاوت‌ها را برای تشخیص پرنده‌بودن یا نبودن مهم بشمارد. بنابراین، کودک طی این روند یادگیری در واقع شناخت شیوه مرسوم و متعارف کاربرد واژه را می‌آموزد.

همین روند در پیروی از یک قاعده نیز برقرار است. نمی‌توان برای شکل درست پیروی از یک قاعده (مثلاً قاعده «هربار دو تا به دنباله اعداد ۲، ۴، ۶، ۸ بیفزای»)، قاعده‌ای دیگر به

فرد داد، زیرا به‌این ترتیب فرد باید نخست آن قاعدة ساده‌تر را بیاموزد و این روند مجدداً تکرار می‌شود. پس چیزی غیر از قواعد باید ذکر شود. معلم باید موارد قبلی را به او نشان دهد و از او بخواهد که به‌همان شیوه عمل کند. اما «به‌همان شیوه» عمل کردن، چنان‌که درمورد مثال پرنده ذکر شد، معنای ثابت و روشنی ندارد و به طرق مختلفی می‌تواند تفسیر شود، فقط با ملاحظه این‌که بنابر سنت مرسوم جامعه است که می‌توان تشخیص داد آیا چیزی «همان» دیگری است یا نه. به‌این ترتیب، پیروی از قواعد نیز چیزی از جنس رسم و قرارداد و نهاد است و بر روند علی و تعامل روان‌شناسختی و جامعه‌شناسختی مبتنی است و نه تلقی انتزاعی از قواعد و دلایل (Bloor, 2011: 447-448). به‌این ترتیب، رابطه شباهت دو چیز به یک‌دیگر رابطه‌ای نامتعبدی (intransitive) است؛ یعنی، ممکن است الف به ب و ب نیز به ج شبیه باشد، اما الف به ج شبیه نباشد. برای یافتن شباهت بین دو چیز (چه در حکم مصاديق یک مفهوم و چه برای به‌کاربردن یک قاعدة) هیچ معیار دقیقی برای رسیدن به مورد بعدی وجود ندارد و هر نوع نتیجه‌ای فقط ناشی از نحوه عمل امکانی و اتفاقی جامعه است (Barnes, 2011: 28-30).

گزارشی که بلور از آرای لاکاتوش در ریاضیات (Lacatos, 1962; 1967) می‌آورد این نکته را روشن‌تر می‌کند. لاکاتوش برهان ریاضی را هم‌چون تبیین نظری در علوم طبیعی می‌بیند: ممکن است برای یک برهان مثال نقضی آورده شود، اما با اندک تغییری در دامنه یا تعریف‌ها یا مقولات در برابر آن مثال نقض برهان حفظ شود (همانند افزودن مقوله‌ای مثل مقوله «اعداد گنگ» در مثال نخست که می‌تواند نجات‌بخش یک نظریه از نتایجی دیگر مثل ناسازگاری‌بودن باشد). هم‌چنین، شاید آن موردی که ظاهرًا با برهانی تبیین می‌شده بهنحو دیگری بهتر توضیح داده شود یا حتی به مثال نقضی برای آن برهان نخست تبدیل شود. به‌همین‌نحو، ممکن است برهان یا مدلی جدید معنای نتایج منطقی یا ریاضی را تغییر دهد و از این‌رو، چنان‌که درمورد دو مجموعه نامتناهی دیدیم، تفسیر جدیدی به‌دست دهد که طبق آن کل از جزء بزرگ‌تر نباشد. این امکان نوآوری و چانه‌زنی برای تنظیم دوباره فعالیت‌های ریاضی گذشته در عرصه بهاصطلاح ضروریات (necessities) نشان می‌دهد که هر نوع صوری‌سازی‌ای می‌تواند تغییر کند (Bloor, 1976: 152-153).

مقاله «برهان‌ها و ابطال‌ها»ی لاکاتوش (Lakatos, 1963) نمونه روشنی از این روند در ریاضیات را نشان می‌دهد. در این مقاله، لاکاتوش معلمی را مثال می‌آورد که می‌کوشد قضیه

یا مشخصه اولیر را برای دانشجویان اثبات کند. اویلر ادعا کرده بود قضیه‌ای ریاضی می‌گوید در هر چندوجهی (polyhedron) اگر V تعداد رئوس باشد و E تعداد یال‌ها و F تعداد وجهه، آن‌گاه همواره رابطه $V - E + F = 2$ برقرار خواهد بود. این فرمول از تعمیم استقرایی چند مورد به‌دست آمد. اما مثال‌های نقضی برای این مشخصه یافت می‌شوند. هر بار معلم می‌کوشد با قدری تغییر یا تدقیق در تعریف چندوجهی مثال‌های نقض را از تعریف خارج کند. اما واقعاً معلوم نیست این کوشش و خطای هنگام پایان خواهد یافت و درمورد کدام تعریف می‌توان ادعا کرد که مشخصه اولیر را کاملاً ارضا می‌کند، چون هیچ‌گاه نمی‌توان اطمینان داشت که دیگر مثال نقضی یافت نخواهد شد. لاتاوش با مثال‌های دیگری از ریاضیات نیز هم‌چنین نشان می‌دهد که در بسیاری از موقع آن‌چه اثبات‌های ریاضی دانسته می‌شود صرفاً آزمایشی ذهنی است یا تلاشی برای نشان‌دادن این که ادعا بهنحو شهودی درست است. اما در این‌گونه اثبات‌ها که در نظر ریاضی‌دانان کاملاً اقناع‌کننده‌اند، به وسیع ترین تغییر از اثبات منطقی هیچ چیزی اثبات نشده است، نه اصول موضوعی وجود دارد و نه منطق نهفته مشخصی (لاتاوش، ۱۳۸۷: ۲۶۰). لاتاوش می‌گوید نمی‌توان از اثبات تعریفی به‌دست داد که در غالب موارد بتوان تصمیم گرفت که آن‌چه در حکم اثبات عرضه شده واقعاً اثبات است یا نه؛ اما راه برای ابطال هست: می‌توان نمونه‌هایی نقضی را یافت که تاکنون به ذهن کسی خطرور نکرده است (همان: ۲۶۱-۲۶۰).

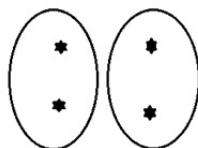
این توضیحات نشان می‌دهد که چرا به‌نظر لاتاوش ریاضیات نیز با روش حدس‌ها و ابطال‌ها یعنی معرفت‌شناسی پوپر پیش می‌رود.

۵. ساده‌ترین گزاره‌های ریاضی

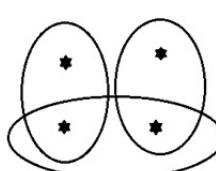
فصل هفتم از کتاب معرفت علمی: تحلیلی جامعه‌شناختی (Barnes et al., 1996) به بحث از صدق گزاره $\neg\neg A \rightarrow A$ و دلایل صدق یا علل پذیرش آن اختصاص دارد. نویسنده‌گان از تعدادی از برهان‌هایی که برای اثبات چنین گزاره‌ای عرضه شده است گزارشی ارائه می‌دهند. در برهان‌های ساده‌تر که از آن‌ها با نام «برهان‌های خام» یاد می‌شود، برای اثبات گزاره، نخست نمونه‌ای تجربی از آن عرضه می‌شود (مثلاً نخست نشان داده می‌شود که اگر دو سبب را به دو سبب دیگر اضافه کنیم چهار سبب خواهیم داشت)؛ آن‌گاه این نتیجه به همه اشیا تعمیم داده می‌شود. اما این شیوه استدلال استقرایست و در معرض انتقادهایی قرار دارد که بر استقرای وارد است. به علاوه، متخصصان و ریاضی‌دانان را اقناع نمی‌کند، چون به‌فرض درستی، توان نشان‌دادن ضروری بودن این گزاره را ندارد.

اما برهان دیگری که برای اثبات این گزاره عرضه شده است (برهان دقیق) از منطق معمولات برای اثبات آن استفاده می‌کند. گزارش نویسنده‌گان بر مقاله جان مکی (Mackie, 1966) مبتنی است. در این برهان، نخست دو مجموعه با دو عضو متمایز معرفی می‌شوند و با حذف سور، اعضای آن دو مجموعه در مجموعه‌ای دیگر به یکدیگر افروده می‌شوند و نهایتاً به این مجموعه با چهار عضو متمایز سور کلی افزوده می‌شود.^۲ اما هم‌چنان‌که خود مکی یادآور می‌شود چنین برهان‌هایی نیز مزیتی بر برهان‌های خام ندارند، زیرا برهان‌های اصطلاحاً دقیق نیز با حذف سور، نخست، صدق گزاره را در موردی خاص نشان می‌دهند و بعد با معرفی سور نتیجه را تعمیم می‌دهند. اگر استدلالی که پیش‌تر با نشان‌دادن سبب آورده شد استدلالی تجربی است، نهادن حروف الفبا بهجای شیء (سبب در مثال مذکور) نیز ماهیت برهان را ریاضی نمی‌کند. بدون معرفت تجربی و غیرصوری از گزاره $2+2=4$ که در دوران کودکی به‌دست آورده‌ایم برهان اخیر هم فهم نخواهد شد.

نهایتاً نویسنده‌گان معتقدند که این قاعده قابل توجیه عقلانی نیست^۳ و در عرض باید علل پذیرش آن را ذکر کرد. اما این بحث که چگونه می‌شود ابعاد اجتماعی را در پذیرش گزاره‌های ریاضی نشان داد با نکته‌ای از ویتنگشتاین آغاز می‌شود. ویتنگشتاین با آوردن مثالی، بی‌آن‌که این برهان خام را رد کند، نشان می‌دهد که در خود این برهان ساده نیز ابعادی اجتماعی نهفته است. وی می‌گوید اگر کسی با عرضه شکل ۱ بگوید کافی است فقط به این شکل نگاه کنی تا به درستی $2+2=4$ پی‌بری، می‌توان به او پاسخ داد که کافی است شکل ۲ را ببینی تا پی‌بری که $2+2+2=4$.



شکل ۱



شکل ۲

نویسنده‌گان با عرضه این مثال در صدد نیستند که بگویند این دو نوع تقسیم‌بندی و نتیجه‌گیری ارزش و اعتباری برابر دارند، بلکه می‌خواهند بگویند برای این‌که با مشاهده تجربی به درستی یک گزاره ریاضی بی‌بیری کافی نیست که فقط نگاه کنیم. چگونه نگاه کردن

امری است که باید تحت آموزش (که فرایندی است اجتماعی) باشد. برای آنکه از نگاه کردن به شکل یا اشیابی به درستی گزاره $2+2=4$ پی ببریم، باید آن را تحلیل کنیم و نحوه خاصی از ارتباط دادن آن با نمادهای $2+2$ در دست داشته باشیم و گرنه آن نتیجه ریاضی ای را که برای آن اهمیت قائلیم درنمی‌باییم. به تعبیر دیگر، نیاز است که مافن و مهارت خاصی را فراگرفته باشیم تا بتوانیم این شکل را نشان دهنده $2+2$ بینیم و نه $2+2+2$. آنان می‌افزایند که نحوه استخراج نکته ریاضی این شکل باید یا خصلت قراردادی داشته باشد یا تکیکی باشد که همگی افراد جامعه در تعامل با یکدیگر آن را پذیرفته باشند. این نکته نیز ویژگی اجتماعی استنباط گزاره بالا از شکل مذکور را به صراحت نشان می‌دهد (ibid: 181-182).

بلور در جایی دیگر پیرامون این مثال می‌افزاید که این استدلال ویتنگشتاین هم چنین نشان می‌دهد که رویارویی با دو شیء به معنای داشتن مفهوم عدد ۲ نیست. نیز دیدن دو سیب در کنار دو تای دیگر معادل دارابودن مفهوم افزودن و جمع کردن نیست (Bloor, 1994: 23-24).

آنان با استفاده از همین نکته ضرورت و الزامی را که در ریاضیات هست تبیین می‌کنند. به نظرشان ضرورت ریاضی هم نوعی از ضرورت اخلاقی است. قسمی نیاز اجتماعی است که به مهم ترین قراردادهای اجتماعی منضم شده و اجازه ترک و تخطی از آن را به افراد جامعه نمی‌دهد. لذا انعطاف ناپذیری ریاضیات ناشی از اهمیت نیاز اجتماعی ما برای تنظیم قواعد ریاضی کنونی است و نه قواعدی دیگر. معنا یا کاربرد مفاهیم موجوداتی در ریاضیات مثل «ضرورتاً»، «باید»، و «نباشد» مشابه کاربردهایشان در دیگر فعالیت‌های قراردادی است، هم‌چون پیروی از قوانین بازی. این مفاهیم فقط یک زبان یا نحوه بیان‌اند برای استنتاج یا القای وحدت رویه به همه بازیگران. بنابراین، نویسنده‌گان مذکور مدعی‌اند علت این‌که قراردادی خاص برای عمل جمع پذیرفته شده حل معضل هماهنگی بین افراد است، نه بدایت این قوانین یا چیزی مشابه آن و ضرورتی که در آن ادعا می‌شود ناشی از اهمیت آن هماهنگی است (Barnes et al., 1996: 183-184).

۶. استدلال‌های منطقی

در ذیل بحث از نحوه اثبات گزاره‌های ریاضی بارنز، بلور، و هنری بخشی را هم به بحث از چیستی برهان (proof) به معنای «استدلالی که نتیجه‌اش صادق است» اختصاص داده‌اند. بحث از برهان در دو بخش مطرح می‌شود: مقدمات و استنتاج.

۱.۶ مقدمات

آنان با این نکته آشنا شروع می‌کنند که مقدمات چنین استدلالی می‌تواند نتایج استدلال‌های دیگری باشد، اما برای این که به دام تسلیل بی‌پایان نیفیم، این روند باید آغازی داشته باشد. شاید ادعا شود که مبادی استدلال‌ها گزاره‌هایی بدیهی‌اند، یعنی خاصیتی دارند که هر عاقلی به‌نحو پیشینی صدقشان را شهود می‌کند و به‌این ترتیب این مبادی اولیه پایه هر استدلالی را تشکیل می‌دهند. اما دقیقاً همین جاست که جامعه‌شناس علم وارد می‌شود، زیرا بداهت مفهومی است که در طول تاریخ تغییر کرده است و ملاک روشنی برای تعیین آن در کار نیست. نویسنده‌گان با عرضه مثال‌های متعدد تاریخی نشان می‌دهند که بسیاری از آن‌چه امروزه بدیهی به‌شمار می‌رود در طی تاریخ، و چه‌بسا بسته به شرایط اجتماعی ای که در آن مطرح شده است، گاه غیربدیهی، گاه کاذب، و گاه حتی کاذبی آشکار شمرده می‌شده است. ما از ذکر این مثال‌های تاریخی می‌گذریم و بحث را پیرامون قواعد منطقی ادامه خواهیم داد؛ تنها به ذکر نتیجه‌گیری نهایی بلور از این مثال‌ها اکتفا می‌کنیم. به‌نظر او، این مثال‌ها نشان می‌دهند که کافی است مشکلی پیش آید و مرزهای بداهت به زیر سؤال بروند تا معلوم شود چه اندازه از آن‌چه بدیهی حساب می‌شده دور از شهود و ناپذیر فتنی است.

۲.۶ صورت‌های استنتاجی

بارنر و بلور می‌کوشند وضع مقدم را (بهمنزله یکی از مواردی که بنابر ادعا شکل ساده استنتاجی است که بین همه فرهنگ‌ها مشترک و برای همه انسان‌های عاقل قانع کننده است) بررسی کنند. بلور و بارنر یادآور می‌شوند که معمولاً مدعیان برای این ادعا شواهد تجربی فراهم نمی‌کنند. اما با فرض پذیرش این سخن (یعنی اگر واقعاً وضع مقدم و برخی دیگر از قواعد ابتدایی و محوری عقلانیت همانند منطق قیاسی و پرهیز از تناقض در همه فرهنگ‌ها در حکم قاعده‌ای عقلانی پذیرفته شده باشد) چگونه باید پذیرش آن‌ها را توضیح داد؟

بارنر و بلور کار را با نقد دیدگاه عقل‌گرایان آغاز می‌کنند که می‌کوشند بین دو رویکرد تمایز بگذارند. عقل‌گرایان معتقدند برای توضیح یک باور هم می‌توان علل آن را یافت و هم دلایل آن را. آنان قائل‌اند که باورهای درست برمنای دلایل معتبر به‌دست آمده‌اند و بنابراین می‌کوشند نشان دهنند این صورت‌های منطقی به‌نحو عقلانی و مستقل از زمینه موجه‌اند. اما اثبات اعتبار این قواعد گرفتار دور است. در هر استدلالی به‌نفع این قواعد

نگزیر از خود این‌ها باید کمک جست. این نکته در مقاله مشهور لوئیس کارول با نام «آن‌چه آشیل به لاکپشت گفت» (Carroll, 1895) به خوبی نمایانده شده است. آشیل در بحث با لاکپشت می‌کوشد او را قانع کند که اگر قاعده $q \supset p$ و صدق p مفروض باشد، آن‌گاه موجه است که q را نتیجه بگیریم، اما لاکپشت می‌پرسد چرا باید به چنین نتیجه‌ای رسید؟ وی مدعی است که می‌تواند آن دو فرض را پذیرد، ولی نتیجه را نه. آشیل می‌گوید که منطق او را مجاب می‌کند که چنین نتیجه‌ای را از این دو فرض بگیرد. اما لاکپشت می‌گوید آن استدلال منطقی‌ای که چنین چیزی را نشان بدهد خود شکلی از وضع مقدم است و به‌این ترتیب برای اثبات قاعده وضع مقدم باید درستی آن را فرض گرفت. سوزان هاک (Haack, 1976) نیز مفروض گرفتن اعتبار دست‌کم برخی قواعد پایه‌ای منطق قیاسی را برای توجیه آن لازم می‌بینند. بارنز و بلور با استناد به مقاله هاک منطق قیاسی را نیز در همان معضلی گرفتار می‌دانند که منطق استقرایی. هر دو منطق برای توجیه خود نیازمند به کاربردن خود و بنابراین ارتکاب دورند (Barnes and Bloor, 1982: 41).

تبیین دیگری که عقل‌گرا برای توجیه به کاربردن چنین قاعده‌ای بدان تمسک می‌کند یکی از آرای محوری فلسفه تحلیلی است: تحلیلیت (analyticity)، به‌این معنا که اعتبار قواعد منطقی از معنای ثوابت منطقی (logical constants) به‌دست می‌آید؛ مثلاً ادات شرطی (\supset) معنایی دارد که با توجه به شرایط صدق آن در جدول ارزش تعیین می‌شود. به‌این ترتیب، معنای ادوات منطقی با توجه به کارکردی (function) که در استدلال‌ها دارند داده می‌شود. اما بارنز و بلور برآن‌اند که این راه کار نیز از دسترس عقل‌گرایان خارج است، به‌دلیل مثال نقضی که آرتور پرایور برای ایده اعتبار تحلیلی آورده است. پرایور ادات منطقی با نام tonk معرفی می‌کند که معنا و کارکرد آن در استدلال‌ها همانند دیگر ادوات منطقی رایج مشخص است، اما به این نتیجه نامعقول منجر می‌شود که با به‌کاربردن آن می‌توان هر گزاره‌ای را از هر گزاره دیگری نتیجه گرفت. پرایور معنای ادات منطقی را با دو قاعده به‌دست می‌دهد (Prior, 1960: 39):

1. معرفی $.P \text{ tonk } Q$ از هر گزاره مثل P می‌توان نتیجه گرفت:
2. حذف $.Q$ از هر گزاره مثل $P \text{ tonk } Q$ می‌توان نتیجه گرفت:

مثال پرایور، از دید نویسنده‌گان، نشان می‌دهد که معرفی نمادها و وضع قواعد و معنای ای برای آن‌ها نمی‌تواند شهودهای ما درباب اعتبار را توجیه کند، بلکه لازم است ما شهودمان را برای انتخاب ادوات منطقی مورد قبول (acceptable) یا به‌تعییر دیگر برای انتساب معانی به

نمادهای منطقی را نمایم قرار دهیم. در تیجه، طبق نظریه اعتبار تحلیلی ما از سویی باید به این معانی و قواعد تمسک کنیم تا شهودهایمان درباب اعتبار را توجیه کنیم و از سوی دیگر باید با تمسک به شهودهایمان این قواعد و معانی را توجیه کنیم. مجدداً گرفتار دوری خواهیم بود که راهی برای گریز از آن نداریم (ibid: 43). لازم است در اینجا نکته‌ای بر گفته‌های بارنز و بلور درباب ادات منطقی tonk بیفرایم: هرچند به این مثال پرایور انتقادهایی وارد شده است، دست کم این نتیجه را می‌توان از آن گرفت که ادوات منطقی، به صرف داشتن تعریف یا عرضه قواعدی برای معرفی و حذف آن، نظام منطقی سازگاری ایجاد نمی‌کنند و استنتاج‌های معتبری نمی‌دهند؛ از این‌رو توجیه دیگری برای اعتبار آن‌ها نیاز است.

بارنز و بلور، نامید از این‌که بتوان دلیلی برای توجیه صورت‌های قیاسی یافت، به سراغ علت‌های پذیرش چنین استدلال‌هایی می‌روند. یک راه معقول برای تبیین^۱ گونه‌ای فطرت‌گرایی (nativism) روان‌شنختی است؛ یعنی، اعتقاد به این‌که معتبردانستن قواعد منطقی از نحوه شکل‌گیری ساختار مغزی و زیستی ما ناشی می‌شود، اما این راه را نمی‌توان توجیه‌ی عقلانی برای قواعد منطقی دانست. به کار گرفتن علل مغزی و ذهنی برای توضیح این‌که چرا قواعد منطقی پذیرفته شده‌اند مزیتی بر استفاده از علل جامعه‌شنختی ندارد. این دو نوع توضیح، هر دو، علل پذیرش قاعده را تبیین می‌کنند و اعتبار یا صدق یا مطلوب‌بودنش نزد عقل‌گرایان را توجیه نمی‌کنند. بنابراین، فطرت‌گرایی نمی‌تواند ایده اصلی عقل‌گرایان، یعنی توضیح پذیرش این قواعد صرفاً به دلیل درستی‌شان، را تأمین کند (ibid: 44).

بارنز و بلور تذکر می‌دهند که همان‌طور که تر تعین ناقص (underdetermination) به ما می‌فهماند که ساختار جهان خارجی تبیین منحصر به فردی از آن را ایجاد نمی‌کند، تبیین تمایلات استدلالی برمنای توضیح ساختار مغزی و زیستی انسان زیستی مستلزم هیچ نظام واحدی از قراردادها نیست؛ بنابراین، تبیین علل پذیرش قواعد منطقی برمنای ساختار زیستی امکان حضور عوامل دیگری هم‌چون تأثیرهای اجتماعی را نقی نمی‌کند (ibid). به نظر بارنز و بلور، منطقی که در کتاب‌های درسی و مقالات پژوهشی عرضه می‌شود مجموعه‌ای از دستورهایی است که در طول زمان تغییر و تحول دارند. آن‌ها را باید مجموعه‌ای از تصمیم‌ها و روندهای قراردادی، محدودیت‌ها و اصول مصلحتی، و قوانین موردي (ad hoc) دانست که مفروضات آن و پذیرش تعاریف عجیب و غریب آن به‌وضوح فاقد ضرورت است. چرا باید مفهومی از استلزم را پذیریم که براساس آن تناقض مستلزم هر گزاره‌ای باشد؟ یا نظامی از منطق را که به «اگر»، «آن‌گاه»، و «و» معانی ای کاملاً متفاوت

با کاربردهای روزمره نسبت می‌دهد؟ آیا جز این است که منطق نیز مجموعه‌ای از قراردادها و سنت‌های درونی است که اقناع کنندگی اش از اهداف ویژه ما و کاربردهای نهادینه و مرسوم آن ناشی می‌شود؟ آیا جز این است که حجت آن نیز خصلتی اخلاقی (moral) و اجتماعی دارد؟ کوتاه سخن این‌که، به‌نظر بارنز و بلور، مقبولیت قراردادهای منطقی خصیصه محلی و موضعی دارد. برای رسیدن به تقارن‌های صوری، پیچیدگی گفتمان روزمره و معیارهای متعارف استدلال ندیده گرفته می‌شود و درنتیجه متخصصان هر زمینه کلیت انتزاعی مشخصی را در حکم توجیهات در آن بحث عرضه و رد یا قبول می‌کنند (ibid: 45-46). به‌نظر نویسنده‌گان، نکته‌ای که از این‌جا می‌توان دریافت این است که هر تمایل شهودی غیرصوری به استدلال که برای همه اقنان آور باشد فاقد توجیه مستدل است و از سوی دیگر، هر بخشی از منطق که توجیه‌پذیر باشد صرفاً مقبولیتی محلی خواهد داشت و نه کلی و همه‌پذیر.

اما هنوز راهی دیگر پیش پای عقل‌گرا هست و آن تمسک به جزم‌گرایی (dogmatism) یا گونه‌ای ایمان کور به اعتبار و درستی برخی استدلال‌ها یا نتایج یا روند‌هایی خاص است. به‌نظر بارنز و بلور این تنها راه دفاع از عقل‌گرایی است، زیرا چنین ادعایی وظيفة ارائه استدلال و درگیرشدن در بحث استدلالی را پایان می‌دهد، برخلاف دیدگاه مقابل، یعنی جامعه‌شناسان معرفت، که هم‌چنان خود را به بحث استدلالی متعهد می‌داند. بارنز و بلور این گونه اظهارات جزمی را رایج‌ترین شیوه فیلسوفان برای نشان‌دادن نقطهٔ پایان بحث و برگشت به ایمان می‌دانند. مسلم‌گرفتن درستی معرفت علمی حال حاضر و مردودانستن نظرهایی که به سولپیسیسم، شکاکیت، و نسبی‌انگاری منجر می‌شود از نمونه‌های معمول این گونه جزم‌گرایی است. به‌همین‌نحو، منطق‌دانان نیز برای تصمیم درباره این‌که کدام‌یک از استدلال‌ها را پذیرند به صدق بی‌چون و چرای چیزی به نام «شهود» (یعنی شهود عقلانی) (intuition) متولّ می‌شوند. اما این گونه‌ای ایمان است و علاوه‌بر آن‌که مزیتی بر سایر باورهای مبتنی بر ایمان و مسلم‌پنداشتن باورهای موروثی ندارد، نسبی‌انگار را وامی دارد که علل محلی و محتمل چنین جزم‌هایی را بیابد (ibid: 46).

این نویسنده‌گان در کتاب مشترکشان با عنوان معرفت علمی؛ تحلیلی جامعه‌شناسختی (Barnes et al., 1996) نیز فصلی را به بحث از اعتبار وضع مقدم اختصاص داده‌اند. آن‌جا نیز نویسنده‌گان می‌پرسند چگونه می‌توان بداهت یا لزوماً معتبربودن این فرم منطقی را نشان داد؟ اگر قرار باشد استنتاجی را معتبر بشماریم که ویژگی ۷ را داشته باشد (این ویژگی می‌تواند نشان‌دادن این همان‌گو (tautology) بودنش مطابق جدول ارزش باشد) و بعد براساس آن نشان

دهیم که وضع مقدم معتبر است. این خود گونه‌ای از به‌کاربردن وضع مقدم است که اعتبارش محل بحث است و این کار دور خواهد بود. اما چرا ارتکاب دور مجاز نیست؟ چون آن‌گاه به کسی که او هم با توصل به استدلالی دوری می‌خواهد از استدلالی نامعتبر دفاع کند حق اعتراض نخواهیم داشت (ibid: 197-196). بهنظر می‌رسد آن‌چه در این بند آمده صورت‌بندی دیگری از همان استدلال لاکپشت در مقابل آشیل است.

اما اگر نمی‌توان دلیلی برای درستی این قاعده (و دیگر قواعد منطقی) آورد، ناگزیر باید تبیینی برای علل پذیرش آن‌ها به‌دست داد. این تبیین می‌تواند جامعه‌شناسی یا زیست‌شناسی یا از نوعی دیگر باشد. از منظر جامعه‌شناس، تبیین این امور نیازمند یافتن وجوده قراردادی است که به‌نحو جمعی پذیرفته شده است و بیرون از تمایلات ذاتی فردی قرار دارد (ibid: 198).

۳.۶ مثال نقض برای قاعده‌ای منطقی

اما قاعده وضع مقدم چه منشأ جامعه‌شناسی داشته باشد و چه زیست‌شناسی، می‌توان مواردی را یافت که کاربرد آن به نتایج نادرست متنه می‌شود. مثال مشهور این کاربرد نادرست پارادوکس خرمن است: اگر خرمنی از گندم داشته باشیم و از آن یک دانه گندم برداریم هم‌چنان خرمن گندم خواهیم داشت، اما با تکرار متعدد این عمل دیگر خرمن نخواهیم داشت. می‌توانیم این جملات را به صورت نمونه‌ای از استدلال وضع مقدم بازنویسی کنیم؛ عبارت «از خرمنی از گندم یک دانه برداریم» مقدم (p) را تشکیل می‌دهد و عبارت «هم‌چنان خرمن گندم خواهیم داشت» تالی (q) را و بنابراین عبارت «اگر از خرمنی از گندم یک دانه برداریم، هم‌چنان خرمن گندم خواهیم داشت» بخش شرطی استدلال را تشکیل می‌دهد ($q \supset p$). بنابر تعریف، استدلال معتبر استدلالی است که اگر مقدمات آن صادق باشند، نتیجه هم ضرورتاً صادق باشد. اما در اینجا با تکرار این شرطی نهایتاً به نتیجه‌ای کاذب خواهیم رسید، یعنی به جایی که دیگر خرمن گندم نخواهیم داشت. این یعنی با به‌کارگیری استدلال وضع مقدم و با صدق مقدمه (p) نتیجه کاذب خواهد شد و بنابراین باید پذیریم که استدلال وضع مقدم استدلال معتبری نیست⁴ (ibid: 198).

نتیجه‌ای که نویسنده‌گان می‌گیرند این است که بدیهی دانستن این قاعده هیچ مبنایی ندارد و صرفاً ساخته نگاه محدود ماست. چنین وضعیتی برای جامعه‌شناس یادآور قراردادهای موضعی است. با آن‌که منطق‌دانان از وجود چنین مثال نقضی باخبرند، آن را نه مثال نقض بلکه پارادوکس در نظر می‌گیرند؛ یعنی مقوله‌ای ویژه که بیان‌گر رخدادی غریب یا نتیجه

گونه‌ای مغالطه است و با پاسخ‌هایی موردی در صدد بر می‌آیند که مشکل را به اموری دیگر، مثلاً ابهام در مفهوم «خرمن»، منسوب کنند. نویسنده‌گان علت را مفیدبودن این قاعده می‌دانند که سبب می‌شود بدون آن نتوان در عمل پیش رفت و از این‌رو پذیرش آن ناگزیر باشد.(ibid: 199)

بلور همین مثال را در بی‌نوشتی که بر کتاب شناخت و نگاره اجتماعی افزوده ذکر کرده است، اما نتیجه‌ای که آن‌جا از بحث گرفته شده این است که «پارادوکس» (و نه مثال نقض) دانستن آن سبب می‌شود که عرصه منطق و ریاضی هم‌چنان حاوی قواعد و اصول مطلقاً معتبر و خالی از نقض و اشکال به‌نظر برسد (Bloor, 1991: 180).

۶.۴ نحوه به کاربردن قواعد منطقی

در انتهای، به نکته مهمی اشاره می‌کنیم که بلور برای نشان‌دادن نقش عوامل اجتماعی در همه استدلال‌های منطقی آورده است. او در مقاله‌ای به نام «جامعه‌شناسی دلایل یا چرا عوامل معرفتی در واقع عوامل اجتماعی‌اند» که برای نشان‌دادن حضور عوامل اجتماعی در استدلال‌های منطقی از همان رأی استفاده می‌کند که پیش‌تر با نام «تنهایی‌گرایی» معرفی شد. بلور می‌گوید: در هر استدلال معرفتی مسئله‌الزام منطقی (logical compulsion) مطرح است. سازگاری و استنتاج‌های منطقی بهترین نمونه عوامل معرفتی‌اند؛ بنابراین، همه بحث را می‌توان در این مسئله متمرکز کرد که پیروی از یک قاعده منطقی را چگونه تحلیل کنیم، اما هرگز نمی‌توان رفتار را براساس قاعده توضیح داد (Bloor, 1984: 304). چنان‌که ویتگنشتاین در بحث پیروی از قاعده نشان داده است مسئله صرفاً این نیست که هر قاعده‌ای فقط قرارداد است. مهم‌تر این جاست که مبنای ارزیابی این‌که یک رفتار یا اظهار مصداقی از قاعده‌ای خاص یا مطابق با آن است یا نیز قراردادی است (ibid: 305). بلور مجدداً یادآور می‌شود که این نکته را از ویتگنشتاین آموخته و تفسیر کریپکی از ویتگنشتاین نیز به‌همین نحو است(ibid). به‌این‌ترتیب، بلور معیار این را که چه زمان قاعده‌ای منطقی رعایت شده یا استنتاجی معتبر است (هم‌چنان‌که درباره «پرنده‌بودن» یا دنباله اعداد ذیل بخش چهارم از مقاله گفته شد) فقط این می‌داند که به مصاديق قبلی شباهت کافی و مربوط داشته باشد. اما این‌که کدام شباهتها کافی و مربوط است و کدامها ناکافی و نامریط فقط به رسم و سنت آن جامعه وابسته است؛ بنابراین، می‌توان گفت که مصاديق قبلی اعتبار معیار دقیقی برای تعیین این نیست که استدلال‌های بعدی نیز معتبرند یا نه. درنتیجه، معتبر و منطقی‌بودن

یک استدلال نیز امری است که با عوامل اجتماعی تعیین می‌شود. کاملاً ممکن است استدلالی در زمینه‌ای خاص نمونه‌ای صحیح از پیروی از آن قاعده منطقی و بنابراین معتبر محسوب شود و در زمینه‌ای دیگر نه (مثلًاً ب اعتبار یا پارادوکس دانسته شود).

۷. نتیجه‌گیری

در این بخش، نخست ضمن اشاره به برخی از نقدهایی که به این بحث‌های نویسنده‌گان شده است مثال‌های بخش‌های پیشین را ارزیابی و از آن‌ها نتیجه‌گیری خواهیم کرد. شاید به جزئیات برخی از استدلال‌هایی که در بخش‌های قبلی بدان‌ها اشاره شد نقد وارد باشد؛ مثلاً هم‌چنان‌که گفته شد به نظر می‌رسد بحث درباره تحلیلیت و رد کارآمدی این مفهوم با استناد به ادات tonk نیازمند بحث و بررسی بیشتری است. نلسن گودمن رابطه بین شهود ما درباره استدلال‌ها و قواعد استنتاج را با رویکردی دیگر توضیح می‌دهد که بعدها «موازنۀ تأملی» (reflective equilibrium) خوانده شده است. به نظر وی، ما هنگام مواجهه با استنتاجی که آن را شهوداً معتبر می‌یابیم آن را با قواعد استنتاجی‌ای مقایسه می‌کنیم که پیش‌تر پذیرفته‌ایم و در صورتی که بین آن شهودمان درباره استدلال و قواعد منطق تعارضی باشد، اگر شهودمان قوی‌تر از اعتمادمان به کفایت قواعد منطق باشد، در این قواعد تجدید نظر می‌کنیم. از سوی دیگر، چون در منطق علاوه‌بر سازگاربودن می‌خواهیم که به قدر ممکن اطلاعات بیشتری از مقدمات استنتاج کنیم، قواعدی خیلی محتاطانه انتخاب نخواهیم کرد. موازنۀ بین سازگاربودن و استنتاج بیشتر به بازبینی در هر دو سو و نهایتاً رسیدن به وضعیتی پایدار منجر خواهد شد (Cohnitz and Rossberg, 2016). توضیحات گودمن نشان می‌دهد که صرف وجود دور یا تعارض بین قواعد منطق و شهودهای ما درباب اعتبار به معنای نبود هیچ راه حلی نیست. البته به نظر نگارنده نظر گودمن پایان بحث نخواهد بود؛ مطمئناً جامعه‌شناس معرفت می‌کوشد عناصر اجتماعی معرفت را در شکل‌گیری همین شهود نشان دهد. به علاوه، همین که پذیرفته شود ادات منطقی تعریفی دقیق و ثابت ندارند و با ملاحظه مثال‌های نقض و موارد بعدی در معرض تغییرند کافی است که رأی جامعه‌شناس درباب امکان حضور عوامل اجتماعی پذیرفته و ایده تحلیلیت به‌نحوی که برای توجیه قیاس مطرح شد طرد شود.

هم‌چنین، گفته شده که در مثال‌های بلور ریاضیات با فراریاضیات (meta-mathematics) خلط شده است. مثلاً تریپلت می‌گوید: آن‌چه بلور و دیگران در مثال‌های ریاضی نشان

داده‌اند این نیست که در خود ریاضیات اجماع نیست. مثال‌های مذکور فقط نشان می‌دهد که در فلسفه ریاضیات اجماع وجود ندارد و این البته نکته تکان‌دهنده‌ای نیست، زیرا به علت دشواربودن استدلال و دفاع در بحث‌های نظری تقریباً در همه شاخه‌های فلسفه چنین وضعی را شاهدیم. بنابراین، اختلاف نظر درباره ماهیت عدد یا چگونگی به دست آوردن گزاره‌های ریاضی این را نشان نمی‌دهد که درباره صدق یا کلیت گزاره‌ها و قضایای ریاضی اختلاف هست (Tripplett, 1986: 446-447). اما گلالتی گفته است که چنین نقیص صحیح به نظر نمی‌رسد، زیرا این دو عرصه بر هم اثر می‌گذارند. مثلاً در مسئله ریشه عدد ۲ این که $\sqrt{2}$ را عدد گنج حساب کنیم یا اصلاً عدد ندانیم، به پیش‌فرضها و تعریف‌های قبلی مان از چیستی عدد بستگی دارد. بنابراین، این که چه پیش‌فرضی در آن مسئله داشته باشیم نتیجه بحث یا اثبات ریاضی را تعیین می‌کند. لذا نمی‌توان مرز ریاضیات و فراریاضیات را به سادگی تعیین کرد و بحث‌ها و مثال‌های مذکور را به حیطه فراریاضی متعلق دانست که بر صدق و کذب ریاضیات اثری ندارد (Gellatly, 1980: 330-331).

جنینگر نیز گفته است: این که مرز بین ریاضی و فراریاضی در کجا باشد قراردادی است. تمایز ریاضی و فراریاضی نسبی است و نه مطلق و خود نیازمند بررسی جامعه‌شناختی است (Jennings, 1988: 99). بلور نیز با الهام از این دو جواب پاسخی مشابه داده است (Bloor, 1996: 179-180).

اما گذشته از درستی یا نادرستی جزئیات مثال‌ها و استدلال‌های بارز و بلور در تحلیل و ارزیابی رویکرد این جامعه‌شناسان معرفت نکاتی به نظر نگارنده می‌رسد:

۱. آن‌چه متفکران مکتب ادینبرا به عنوان مانیفست فکری خود ذیل عنوان اصل تقارن در برنامه قوى آورده‌اند معقول به نظر می‌رسد. صدق یک رأی برای تبیین پذیرفته شدن آن نه لازم است و نه کافی. لازم نیست، زیرا بسیاری از آرای کاذب نیز در جوامع مختلف پذیرفته شده‌اند (هر چند پیروان همه آراء، اعم از صادق و کاذب، دیدگاه خود را صادق می‌پندرند). از سوی دیگر، صادق‌بودن رأی برای پذیرفته شدن آن کافی نیست، زیرا جوامع مختلف در تشخیص رأی صحیح در بسیاری موارد با هم اختلاف دارند. لذا می‌توان به این متفکران در نپذیرفتن تبیین‌هایی که صدق گزاره را علت پذیرش آن می‌دانند حق داد.

۲. از سوی دیگر، باید در نظر داشت که این متفکران مدعی نیستند که عوامل اجتماعی لزوماً به شکل غیرمعرفتی (مثلاً به واسطه تهدید یا ترغیب یا تطمیع دانشمندان) بر شکل‌گیری معرفت علمی اثر می‌گذارند یا مثلاً سبب می‌شوند باورها بدون تمسک به دلایل معرفتی به اذهان آدمیان تزریق شوند. هم‌چنان‌که در برخی از این استدلال‌ها دیده می‌شود،

۹۰ نقش عوامل اجتماعی در معرفت ریاضی و منطقی، بر مبنای دیدگاه‌های مکتب ادینبرا

عوامل اجتماعی گاه شکل دهنده و سازنده دلایل معرفتی و توجیه‌کننده باورها هستند. لذا از این بحث نمی‌توان نتیجه گرفت که پذیرش حضور عوامل اجتماعی در معرفت یا حوزه‌ای خاص از آن لزوماً به این معناست که باورهای آن حوزه به نحو نامعقول یا غیرمعرفتی پذیرفته شده است. این همان نکته‌ای است که ذیل عنوان «اصل تقارن» و در رد ایده «خودبینایی معرفت» گفته شد، مبنی بر این‌که علت‌های اجتماعی پذیرش باورها، اعم از این‌که صادق باشند یا کاذب، را متعین می‌کند و چنین نیست که صدق باورهای صادق پذیرش آن‌ها را توضیح دهد.

چنان‌که در مثال نخست دیده شد، لازمه صورت‌بندی استدلال وجود پیش‌فرض‌هایی خاص در آن جامعه است؛ از جمله این‌که مقولاتی خاص، مثل زوج و فرد، در زبان وجود داشته باشد و متناقض با یک‌دیگر دانسته شود. هم‌چنین، نتیجه‌های که از برهان ریاضی گرفته می‌شود وابسته به این است که عدد چه چیزی دانسته شود و چه مصاديقی را در بر بگیرد که این خود از نیازها و اوضاع و احوال خاص جامعه متاثر است. این مثال به خوبی نشان می‌دهد که داشتن استدلال و توجیه متاثر از برخی عوامل اجتماعی و بلکه مستلزم حضور این عوامل است و چگونگی این عوامل می‌تواند نتیجه استدلال‌ها و نوع توجیه را متفاوت کند.

مثال دوم نشان می‌داد که جامعه‌فکری بر حسب نیاز به ابزارها و اهداف جدید می‌تواند باوری (مثل کل بزرگ‌تر از جزء است) را که برای آن مثال نقض موجود است در حکم اصلی بدیهی پذیرد و با وجود آگاهی از آن مثال نقض ندیده‌اش بگیرد. هم‌چنین، نتیجه‌گیری متفاوت یونانیان باستان با ریاضی‌دانان معاصر بیان‌گر این بود که در شهودهای معرفتی ما گاه تعارض‌هایی هست و نتایج چنین تعارض‌هایی را نمی‌توان به نحو پیشینی تعیین کرد. در چنین موقعیت‌هایی چانهزنی بر سر نیازها و اهداف جدید آن عامل اجتماعی است که می‌تواند نتایج را به نفع هریک از دو سوی متفاوض تغییر دهد: می‌تواند سبب شود که متخصصان آن‌چه را پیش‌تر مسلم شمرده بودند و در مقابل آن چیزی را پذیرند که ریاضی‌دانان گذشته گرفتار متفاوض می‌دانسته‌اند.

مثال‌های سوم و چهارم نیز بر حضور آموزش و قرارداد در حکم عوامل اجتماعی که لازمه پذیرش ساده‌ترین و به‌تعیری بدیهی‌ترین گزاره‌ها و باورهای ماست تأکید می‌کردنند. این عواملی اجتماعی می‌توانند از جامعه‌ای به جامعه‌دیگر متفاوت باشند و بنابراین مبنای استدلال‌های متفاوت و نظام‌های فکری معارض شوند.

هم‌چنین، به نظر نگارنده، می‌توان ادعا کرد همین‌که در هریک از این استدلال‌ها باید پیش‌فرض‌های خاصی داشت که در مقدمات تصریح نشده‌اند و با داشتن پیش‌فرض‌هایی

دیگر نتایج مدنظر از مقدمات به دست نمی‌آمده است نشان می‌دهد که مقدمات استدلال مستلزم نتایج نیستند؛ به تعبیر دیگر، نتایج به دست آمده نتیجه منطقی (logical consequence) مقدمات نیستند. این که حتی در ریاضیات نیز استدلال‌ها همواره استلزم منطقی نیستند با مثال لاتکتوش درباره قضیه اویلر (ذیل بخش ۴) نیز تأیید می‌شود. این‌ها سخن بلور در بخش ۶-۴ را قابل فهم می‌کند که معتبر دانستن استدلال گونه‌ای پیروی از قواعد است و بنابر رأی تناهی گرایی متأثر از اجتماع است.

۳. رابطه بین بررسی‌های معرفت‌شناسی با بررسی‌های جامعه‌شناسی نزد این متفکران شایسته تأمل است. هم‌چنان‌که در نکته قبل ذکر شد، مثال‌هایی که این متفکران آورده‌اند غالباً دلایل معرفتی را در امتداد عوامل اجتماعی قرار می‌دهد؛ به این معنا که بدون حضور عوامل اجتماعی دلایل و توجیه‌های معرفتی نیز شکل نمی‌گیرند. علاوه‌بر نکات و پیش‌فرض‌هایی که در نکته قبل و نیز در خلال مقاله بدان اشاره شد، بلور در مقاله «جامعه‌شناسی دلایل» این نکته را تصریح می‌کند که رابطه مقدمات با نتیجه به نحو اجتماعی شکل می‌گیرد. به‌نظر وی، اگر وابستگی آن‌چه را عوامل معرفتی می‌دانیم به عوامل اجتماعی (نظیر الگوهای آموزشی، قراردادهای کاربردی، و شرایط دقیق تاریخی) در نظر نگیریم، اصلاً نمی‌توانیم استنتاج‌ها را فهمیم (Bloor, 1984: 298). من این سخن را بیان دیگری می‌دانم از مطلبی که در بخش ۲ ذکر کردم؛ یعنی این‌که در استنتاج‌ها پیش‌فرض‌های پنهانی موجود است که بدون لحاظ آن‌ها نمی‌توان از مقدمات به نتایج رسید، اما عواملی اجتماعی (همانند علایق و منافع) سبب می‌شوند که عاملان بحث این پیش‌فرض‌ها یا قراردادها را پذیرند و هنگام استنتاج به کار بگیرند. جایی نیز نویسنده‌گان، در پاسخ به این نقد که جامعه‌شناس با علت‌های مقبولیت باورها سروکار دارد، ولی معرفت‌شناس با دلایل و قرائن ناظر به باورها، پاسخ می‌دهند که جامعه‌شناس معرفت در صدد یافتن علت‌هاست، ولی علت را به مثابة دلیل قرینه (evidencing reason) بر باور جست‌وجو می‌کند (Barnes & Bloor, 1982: 29). این مطلب نیز می‌رساند که نزد متفکران مکتب ادینبرا علل و عوامل اجتماعی بر نقشی که دلایل معرفتی ایفا می‌کنند اثرگذارند.

اما در موارد محدودی به‌نظر می‌رسد دلایل معرفتی و عوامل اجتماعی را در مقابل یک‌دیگر می‌گذارند و مثلاً یافته‌شدن دلیل برای اثبات گزاره $2+2=4$ را به معنای رد سخنان خود درباره نقش داشتن عوامل اجتماعی در پذیرش باورهای ریاضی می‌دانند (Bloor, 1994: 27). در حالی که با پذیرش دیدگاه نخست درباب اجتماعی بودن دلایل معرفتی باید گفت حتی اگر استدلالی برای این گزاره یافت شود با حضور عوامل اجتماعی در آن منافاتی

ندارد، زیرا دلیل ماهیتاً امری است اجتماعی. بنابراین، یافتن استدلال برای یک باور را باید مستلزم وجود علل و عوامل اجتماعی دانست و نه معارض با وجود آنها. دیدگاه نخست، یعنی این‌که علل و عوامل اجتماعی شرط لازم استدلال‌های معرفتی و شکل‌دهنده آنان‌اند و نه جانشین آنها، در آثار این نویسنده‌گان مؤیدات فراوانی دارد و از این‌رو شاید بتوان موارد مغایر با آن را خوش‌بینانه سوء‌تعییر دانست.

۴. اگر توضیح نکته سوم را درباره رابطه بین دلایل معرفتی و علل اجتماعی پذیریم، آن‌گاه می‌توان گفت که بنابر دیدگاه این متفکران بحث‌های معرفت‌شناختی لزوماً فیصله‌بخش اختلاف‌های فکری و نظری نیستند. زیرا چنان‌که گفته شد، توجیه و استدلال خود متأثر از جامعه و عوامل اجتماعی است و از این‌رو بسته به فرهنگ‌های مختلف استدلال‌های متفاوتی وجود خواهد داشت؛ بنابراین، اختلاف‌های فکری لزوماً با بحث و بررسی ادله طرفین پایان نخواهد گرفت. به‌نظر می‌رسد از این‌جا می‌توان تأییدی برای نسبی‌انگاری معرفت، که متفکران ادینبرا صریحاً از آن دفاع می‌کنند، به‌دست آورد.

نسبی‌انگاری معرفت (epistemic relativism) را دیدگاهی در نظر می‌گیریم که می‌گوید اسناد محمول‌های معرفتی (مانند «صادق / معقول است») به موقعیت زمینه‌ای مثل فرهنگ و زمینهٔ تاریخی و اجتماعی وابسته است و درنتیجه، معرفت بر حسب این‌که در چه زمینه‌ای (مثلاً در کدام جامعه یا شخص یا فرهنگ یا دورهٔ تاریخی) حاصل شود شکل متفاوتی خواهد داشت و نظام‌های معرفتی گوناگونی پدید خواهد آورد که معیاری غیردوری یا روشی بی‌طرفانه برای قضاوت بین دعاوی مختلف و ناسازگار آن‌ها وجود ندارد (این تعریف با اندکی تغییر از منابع مربوط گرفته شده است. بنگرید به: Sankey, 2012: 185; Baghramian, 2004: 4, 138; Baghramian and Carter, 2015

چنان‌که در ابتدای مقاله گفته شد، از دید جامعه‌شناس، «معرفت» هر چیزی است که «مردم معرفت تلقی می‌کنند»، نه «باور صادق» یا «باور صادق موجه» و هر چیز که به‌نحو جمعی تأیید نشود و صرفاً برخی افراد آن را پذیرفته باشند باور صرف (mere belief) خواهد بود (Bloor, 1996: 5). این می‌رساند که در تلقی جامعه‌شناسان صدق لازمهٔ معرفت نیست. حتی داشتن توجیه نیز لازم نیست، بلکه مقبولیت باور جمعی به هر طریقی که به‌دست آمده باشد برای آن‌که معرفت دانسته شود کفایت می‌کند.

مثال‌های چهارگانه‌ای که در بخش قبل عرضه شد به‌خوبی نشان می‌دهد که معرفت، با تعریف جامعه شناختی آن، به چه نحو تحت تأثیر اجتماع و عوامل اجتماعی است.

برخی از مواردی که اثر عوامل اجتماعی را بر معرفت یا ادعای معرفت (knowledge-claim)، یعنی آن‌چه معرفت تلقی می‌شود، نشان می‌دهد از این قرار است: اگر در زبان جامعه مقولات لازم برای استدلال موجود نباشد، یعنی مفاهیم در جامعه به‌گونه‌ای خاص تقسیم و مقوله‌بندی شده باشد و نه به‌گونه‌ای دیگر؛ این‌که مقولات یا مفاهیم خاصی در جامعه متضاد و متناقض با هم قلمداد نشده باشد؛ این‌که به وجود مثالی نقض برای یک باور توجه شده یا نشده باشد؛ این‌که چانهزنی بر سر دو دیدگاه معارض (مثلًاً دو شهود مخالف یا یک باور و مثال آن نقض آن) به چه سرانجامی در آن جامعه رسیده باشد؛ این‌که جامعه بر سر عناصر قراردادی در ساده‌ترین گزاره‌ها توافق کرده باشد یا نه؛ این‌که جامعه چه نیازهای اضطراری داشته و درنتیجه چه باورهایی را ضروری یا بدیهی دانسته و مثال‌های نقض آن را به حاشیه رانده یا صرفاً چیستان یا معماهی قابل تأمل و نه نقضی واقعی و جدی تلقی کرده باشد. اما این‌ها همگی عواملی احتمالی‌اند، به‌این معناکه در همه جوامع لزوماً به یک شکل حضور ندارند. مثلًاً مقوله‌بندی‌ها لزوماً در همه جوامع یکسان نیست، چنان‌که در مثال‌های یادشده دیده می‌شود بر حسب شرایط و تعلقات خاص یک اجتماع ممکن است عددبودن $\frac{1}{2}$ در حکم معرفت ریاضی پذیرفته شود و در جامعه‌ای دیگر $\frac{1}{2}$ عددی گنگ دانسته شود، یا جایی سلسله نامتناهی اعداد پذیرفته شده باشد و در جایی دیگر چنین چیزی را ناممکن بدانند.

حال اگر پذیریم که رابطه بین دلیل و عوامل اجتماعی فقط به مثال‌های عرضه‌شده منحصر نیست و بقیه ریاضیات، بلکه همه اقسام معرفت، به‌همین ترتیب تحت تأثیر عوامل اجتماعی متعین می‌شود، آن‌گاه می‌توان گفت همواره آن‌چه به‌منزله معرفت ریاضی (یا به‌طورکلی معرفت) در اختیار داریم تحت تأثیر وضعیت‌ها، علائق، منافع، و محدودیت‌های اجتماع شکل گرفته است. آن‌چه چنین نتیجه‌گیری‌ای را مجاز می‌کند در وهله نخست این است که ریاضیات غالباً مستحکم‌ترین و نقض‌ناپذیرترین عرصه معرفت به‌شمار می‌رود. اگر حضور علل و عوامل اجتماعی را در شکل‌گیری معرفت ریاضی پذیریم، احتمالاً نشان‌دادن نقش عوامل اجتماعی در سایر شاخه‌های معرفت دشوار نخواهد بود. به‌همین ترتیب، متفکران مکتب ادینبرا مطالعات متعددی درباره نقش عوامل اجتماعی در معرفت‌های تجربی نیز عرضه کرده‌اند که برخی را می‌توان در کتاب معرفت علمی: تحلیلی جامعه‌شناسی (Barnes et al., 1996) یافت. دلیل دوم و مهم‌تری

که تعمیم نتایج این بررسی را به سایر معرفت‌های ریاضی و منطقی و همچنین به دیگر حوزه‌های معرفت مجاز می‌کند این است که در تحلیل این مثال‌های ریاضی نشان داده شد که استدلال چگونه از علل و عوامل اجتماعی اثر می‌پذیرد و این فقط به موارد عرضه شده منحصر نیست؛ برای مثال، مسئله مقوله بندی و مفاهیم در جوامع گوناگون و استدلال‌های مختلف حضور دارد. هم‌چنین، مسئله پیروی از قاعده و تبیین بلور از معیار پیروی درست از آن نیز در همه قواعد منطقی و ریاضی برقرار است و از این‌رو کل حوزه باورهای مستدل را در بر می‌گیرد. با توجه به این دو نکته می‌توان پذیرفت که همه آن‌چه به منزله معرفت علمی (یا حتی معرفت به معنای عام آن) در اختیار داریم از ویژگی‌های جامعه‌ای متأثرند که در آن ظهور یافته‌اند و توجیه و پذیرفته شده‌اند: ویژگی‌هایی که از جامعه‌ای به جامعه‌ای دیگر متفاوت خواهند بود. نتیجه این دو مقدمه این می‌شود که «معرفت علمی» ما (یا کل معرفت ما) بر حسب این که در آن‌چه جامعه‌ای و با آن‌چه در جامعه‌ای دیگر و تحت تأثیر عوامل اجتماعی دیگری حاصل شود است با آن‌چه در جامعه‌ای دیگر، هیچ معرفتی را نمی‌توان یافت که از تأثیر علل و عوامل اجتماعی برکنار باشد و بتواند شایسته نام معرفت مطلق شمرده شود. از این‌رو، معیاری مستقل از زمینه برای ارزیابی بین دعاوی رقیب، یعنی معرفت‌هایی که در زمینه‌های متفاوت حاصل می‌شوند، وجود نخواهد داشت. به این ترتیب، نسبی‌انگاری معرفت گونه‌ای توجیه تجربی به دست می‌آورد. اما این‌جا مجدداً باید توجه شود که آن‌چه موضوع بحث است معرفت علمی (یا معرفت) بالفعل ماست؛ یعنی، آن‌چه ما در حکم مصدق «معرفت علمی» شناخته و پذیرفته‌ایم. ادعای نسبی‌انگاری این استدلال شامل معرفت به معنای باور صادق موجه نمی‌شود، بلکه در مورد آن‌چه «معرفت علمی» شناخته می‌شود مدعی نسبی بودن است.

پی‌نوشت

۱. منظور از عقل‌گرا (rationalist) در این نوشتار و غالب نوشتارها درباره جامعه‌شناسی علم و معرفت نه کسانی که در مقابل تجربه‌گرایان قرار دارند، بلکه کسانی‌اند که در مقابل نسبی‌انگاران و جامعه‌شناسان معرفت معتقدند که علم و معرفت و نحوه شکل‌گیری آن را می‌توان صرفاً بر حسب معیارهای ثابت و مطلق عقلانی توضیح داد.

۲. این برهان از مقاله بلور (Bloor, 1994: 27) استخراج شده است:

What Can the Sociologist of Knowledge Say About 2+2=4?

1. $(\exists r)(\exists s)[r \in K, s \in K, r \neq s, (w)[w \in K \supset (w = r \vee w = s)]]$.
- $(\exists t)(\exists u)[t \in L, u \in L, t \neq u, (x)[x \in L \supset (x = t \vee x = u)]]$.
- $(y)[y \in K \supset \sim y \in L]$. $(z)[z \in M \equiv (z \in K \vee z \in L)]$ — supposition.
- $a \in K, b \in K, a \neq b, (w)[w \in K \supset (w = a \vee w = b)]$ — from 1, by simplification and E.I.
- $c \in L, d \in L, c \neq d, (x)[x \in L \supset (x = c \vee x = d)]$ — from 1, by simplification and E.I.
- $a \in M, b \in M, c \in M, d \in M$ — from 1, 2, and 3, using U.I. etc.
- $a \neq b, a \neq c, a \neq d, b \neq c, b \neq d$ — from 1, 2, and 3, using U.I., Id., etc.
- $e \in M$ — supposition.
- $e \in K \vee e \in L$ — from 1 and 6.
- $e = a \vee e = b \vee e = c \vee e = d$ — from 2, 3, and 7.
- $(x)[x \in M \supset (x = a \vee x = b \vee x = c \vee x = d)]$ — from 6–8 by C.P. and U.G.
- $a \in M, b \in M, c \in M, d \in M, a \neq b, a \neq c, a \neq d, b \neq c, b \neq d, c \neq d, (x)[x \in M \supset (x = a \vee x = b \vee x = c \vee x = d)]$ — from 2, 3, 4, 5, and 9.
- $(\exists r)(\exists s)(\exists t)(\exists u)[r \in M, s \in M, t \in M, u \in M, r \neq s, r \neq t, r \neq u, s \neq t, s \neq u, t \neq u, (x)[x \in M \supset (x = r \vee x = s \vee x = t \vee x = u)]]$ — from 10 by E.G.
- $(K)(L)(M)[(1) \supset (11)]$ — from 1–11 by C.P. and U.G.

Figure 2.3: The Proof of 2+2=4 Discussed by J.L. Mackie

۳. درباره این جمله و موارد مشابه آن که ادعا می‌شود «چون گزاره قابل توجیه عقلی نیست، باید تبیین علی از آن به دست داد» در بخش ۷ بند ۳ توضیحاتی آورده شده است.

۴. ظاهراً این مثال نخست در کتاب پارادوکس‌های سینزبری (Sainsbury, 1988) آمده است.

کتاب‌نامه

لاکاتوش، ایمراه (۱۳۸۷). «اثبات ریاضی چیست؟»، در دیدگاه‌ها و برهان‌ها، ترجمه، تأليف، و گردآوری: شاپور اعتماد، تهران: نشر مرکز.

Baghramian, Maria (2004). *Relativism*, London and New York: Routledge.

Baghramian, Maria and J. Adam Carter (2015), “Relativism”, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Winter 2015 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <<https://plato.stanford.edu/archives/win2015/entries/relativism/>>.

Barnes, Barry (1974). *Scientific Knowledge and Sociological Theory*, London and Boston: Routledge&Kegan Paul.

Barnes, B. and D. Bloor (1982). “Relativism, Rationalism, and the Sociology of Knowledge”, in *Rationality and Relativism*, M. Hollis and S. Lukes (eds.), Cambridge, MA: MIT Press.

Barnes, Barry, David Bloor and John Henry, (1996). *Scientific Knowledge: A Sociological Analysis*, Chicago: University of Chicago Press.

۹۶ نقش عوامل اجتماعی در معرفت ریاضی و منطقی، برمنای دیدگاه‌های مکتب ادینبرا

- Barnes, Barry (2011). "Relativism as a Completion of the Scientific Project", in *The Problem of Relativism in the Sociology of (Scientific) Knowledge*, Schantz, R. and M. Seidel, (eds.), Frankfurt, ontos.
- Bloor, David (1984). "The Sociology of Reasons: Or Why Epistemic Factors are Really Social Factors", *Scientific Rationality: The Sociological Turn*, Vol. 25 of the series The University of Western Ontario Series in Philosophy of Science.
- Bloor, David (1991). *Knowledge and Social Imagery*, Chicago, IL: University of Chicago Press.
- Bloor, David (1994). "What Can the Sociologist of Knowledge Say About $2+2=4?$ ", *Mathematics, Education and Philosophy: An International Perspective*, Paul Ernest (ed.), The Falmer Press, London and Washington, D.C
- Bloor, David (2011). "Relativism and the Sociology of Scientific Knowledge", in *A companion to Relativism*, Hales, S. D. (ed.), Wiley-Blackwell, pp.: 433-456
- Carroll, Lewis, (1895). "What the Tortoise Said to Achilles", *Mind*, Vol. 4, No. 14.
- Cohnitz, Daniel and Marcus Rossberg, (2016). "Nelson Goodman", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2016 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <<http://plato.stanford.edu/archives/spr2016/entries/goodman/>>.
- Gellatly, Angus, (1980). "Logical Necessity and the Strong Programme for the Sociology of Knowledge", *Studies in History and Philosophy of Science*, Vol. 11, No. 4.
- Haack, Susan, (1976). "The Justification of Deduction", *Mind*, New Series, Vol. 85, No. 337.
- Jennings, Richard C. (1988). "Alternative mathematics and the strong programme: Reply to Triplett", *Inquiry: An Interdisciplinary Journal of Philosophy*, Vol. 31, No. 1
- Lakatos, I. (1962). "Infinite Regress and the Foundations of Mathematics", in *Proceeding of the Aristotelean Society*, supp, Vol. 36.
- Lakatos, I., (1967). "A Renaissance of Empiricism in the Recent Philosophy of Mathematics", in *Problems in the Philosophy of Mathematics*, I., Lakatos, Amsterdam: North Holland Publishing Company.
- Lakatos, I., (1963). "Proofs and Refutations", *British Journal for the Philosophy of Science*, Vol. 14, No. 53.
- Mackie, J. L. (1966). "Proof", *Proceedings of the Aristotelean Society*, Vol. 40.
- Mill, John Stuart (1959). *A System of Logic: Ratiocinative and Induction*, London: Longmans.
- Prior, Arthur (1960). "The runabout inference ticket", *Analysis*, No. 21.
- Sainsbury, R. M. (1988). *Paradoxes*, Cambridge University Press.
- Sankey, Howard (2012). "Scepticism, relativism and the argument from the criterion", *Studies in History and Philosophy of Science*, No. 43.
- Triplett, Timm (1986). "Relativism and the Sociology of Mathematics: Remarks on Bloor, Flew, and Frege", *Inquiry: An Interdisciplinary Journal of Philosophy*, No. 29.