Research in Logics, Institute for Humanities and Cultural Studies (IHCS)
Biannual Journal, Vol. 11, No. 1, Spring and Summer 2020, 85-109
DOI: 10.30465/lsj.2021.35751.1336

Arc Representation of Syllogism on Venn Diagram: A New Method

koorosh salimi*

Abstract

Abstract: In this article, which is written in the field of Aristotle logic in general and absolute Syllogism in particular, the aim is to present a new method for representing predicative propositions by considering the negative terms on the developed Vann diagram. This method is capable of displaying and inferring all possible results from two premises in all forms with any combination of negative and positive terms. It is also able to infer all the equations of each predicative proposition. This method is easy and decidable and having high expressive power. Conventional diagrammatic methods are either incapable of representing syllogism with negative terms or, if able to work with negative terms, do not have the desired visual representation that is the main purpose of diagrammatic representations. This method uses three-value valuation of lines and surfaces on a vann diagram, and the representation of each proposition is done by drawing a two-part arc.

Keywords: Vann diagram, absolute syllogism, negative term, diagrammatic representation, arc diagram

* PhD Student in Logic with the Philosophical Approach of Allameh Tabatabai University,
k.salimi@gmail.com

Date received: 2020/04/06, Date of acceptance: 2020/07/04

منطق‌پژوهی، پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
دوفصل‌نامهٔ علمی (مقالهٔ علمی ــ پژوهشی)، سال یازدهم، شمارهٔ اول، بهار و تابستان ۱۳۹۹، ۸۷–۱۰۹

بازنمایی کمانی قیاس روی نمودار ون: روش جدید

کورش سلیمی*

چکیده

در این مقاله که به‌طور عام درزمینه‌ی منطق ارسطویی و به‌طور خاص قیاس مطلق نوشته‌شده است هدف ارائه روشی جدید برای بازنمایی گزاره‌های حملی با لحاظ کردن حدود نامحصل روی نمودار توسعه‌یافته ون است. این روش قادر به نمایش و استنتاج کلیه نتایج ممکن یا عقیم از دو مقدمه یک قیاس در همه شکل‌ها با هر ترکیبی از حدود محصل و نامحصل است. همچنین قادر به استنتاج همه معادل‌های هر گزاره حملی است. این روش در عین برخورداری از قدرت بیانی بالا، آسان و تصمیم پذیر است. روش‌های نموداری مرسوم یا قادر به بازنمایی قیاس با حدود نامحصل نیستند یا در صورت توانایی کار با حدود نامحصل از نمایش بصری مطلوب که از اهداف اصلی بازنمایی های نموداری است برخوردار نسیتند. در این روش از ارزش‌گذاری سه ارزشی خطوط و سطوح روی نمودار ون استفاده می‌شود و بازنمایی هر گزاره از طریق ترسیم یک کمان دوقسمتی انجام می‌شود.

کلیدواژه‌ها: نمودار ون – قیاس مطلق – حد نامحصل – بازنمایی نموداری – نمودار کمانی

۱. مقدمه

در این مقاله که به‌طور عام درزمینه‌ی منطق نموداری و به‌طور خاص درزمینه‌ی بازنمایی نموداری قیاس محمولی ارسطویی است بناست روشی جدید و احتمالاً کارآمدتر از روش‌های پیشین برای بازنمایی قیاس‌های مطلق روی نمودار ون ارائه شود. این روش قادر

* دانشجوی دکتری منطق با رویکرد فلسفی، دانشگاه علامه طباطبائی، k.salimi@gmail.com

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۰۱/۱۸، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰٤/۱٤

به بازنمایی قیاس‌ها با حدود محصل (مثبت) و حدود نامحصل (منفی) است و می‌تواند در تمام حالت‌های ممکن محصل و نامحصل همه نتایج را به نمایش بگذارد. برای مثال این روش اجازه می‌دهد قیاس با دو مقدمه «هر غیر S، M است وهیچ غیر P، غیر M نیست» را روی نمودار توسعه‌یافته ون بازنمایی کرده و به‌روشنی تمامی ضروب منتج یا عقیم را مشاهده کنیم. همچنین به‌عنوان یک نتیجه فرعی این روش بازنمایی قادر است همه نسبت‌های ممکنی که از یک گزاره حملی حاصل می‌شود را به نمایش بگذارد.

۱.۱ اهمیت موضوع

نمودارها نقش ارزنده‌ای در شناخت انسان از ماهیت استدلال و نحوه عملکرد آن‌ها دارند. اخیراً موج گسترده‌ای از علاقه‌مندی به استفاده از استدلال‌های چندحالته به‌ویژه روش‌های نموداری در میان منطق دادان، فیلسوفان، ریاضیدانان و روانشناسان ایجادشده است و کاربردهای مهمی در علوم رایانه پیدا کرد است. (Shin& Lemon & Mumma, 2018) شکی نیست که بازنمایی یک استدلال توسط نمودار سهم بسزایی در فراهم آوردن درک شهودی از استدلال و سهولت در تشخیص و بررسی اعتبار آن دارد، اما استفاده از نمودارها توسط منطق‌دانان عمدتاً به‌عنوان ابزاری مفید برای بازیابی و فهم استدلال‌های از پیش اثبات‌شده توسط روش‌های گزاره‌ای موردتوجه بوده است و نه به‌عنوان بخشی از فرایند اثبات و استنتاج. لذا روش‌هایی مانند استفاده از قواعد استنباط و شرایط انتاج که مبتنی بر متن و صورت گزاره است بیشتر مورد اعتنا بوده‌اند (ذکیانی، ۱۳۸۰: ٤٠).

در جنبش‌های نوین علیه چنین نگرشی بارویس و اتچمندی اعلام می‌کنند که هیچ تمایز اصولی بین استنتاج صوری از متن و نمودار وجود ندارد. (Barwise & Etchemendy, 1995) برخی از منطق‌دانان مانند شین (Shin, 1994:93-110) و هامر (Hammer, 1995) نشان داده‌اند که برخی سیستم نموداری مبتنی بر نمودار ون همانند سیستم‌های نمادین، می‌توانند از صحت و تمامیت برخوردار باشند و لذا این نمودارها می‌توانند به‌صورت مستقیم در اثبات استدلال کارایی داشته باشند.

در این مقاله روش جدیدی برای بازنمایی نموداری قیاس مطلق ارسطویی در تمام حالت‌های ممکن مشتمل بر حدود محصل و نامحصل ارائه می‌شود. فرضیه مقاله این است که این روش نسبت به روش‌های رایج ازجمله پیرس و شین مزیت‌های محسوسی خاصه درافزایش قدرت بیانی در عین حفظ اثر شهودی آن دارد. در ادامه پس از ذکر مقدمه

کوتاهی درباره تاریخچه بحث، روش جدید که از آن به نام روش کمانی ون (و به‌اختصار روش کمانی) تشریح می‌شود و در ضمن تشریح نقاط قوت و ضعف آن نسبت به نمودارهای رقیب بررسی می‌گردد. قوت و ضعف روش‌های نموداری را می‌توان در میزان موفقیت آن‌ها برای ایجاد درک شهودی، قدرت بیان، تصمیم پذیر بودن در مقابل مبهم بودن و البته سادگی دانست.

۲.۱ قراردادها

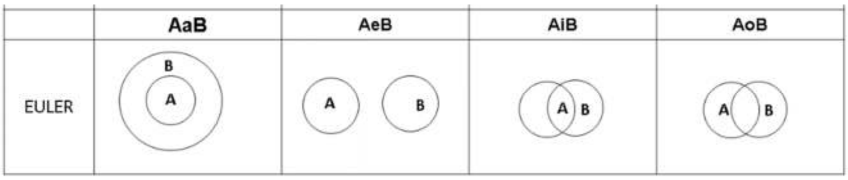
در این مقاله از X و Y برای بیان کردن حدود به‌طورکلی و به شکل خاص A، ’A و B،’B و در صورت‌بندی قیاس از S(یا ’S) و P(یا ’P) و M (یا ’M) برای بیان کردن به ترتیب: حد پیشین (صغری)، حد پسین (کبری) و حد وسط استفاده می‌شود. گزاره «X، Y است»، فارغ از نسبت آن‌ها به‌صورت XY نشان داده می‌شود. گزاره همه X، Y است را به‌صورت XaY، هیچ X، Y نیست را به‌صورت XeY و برخی X، Y است را به‌صورت XiY، برخی X،Y نیست به‌صورت XoY نشان داده می‌شود .در صورت‌بندی قیاس ابتدا مقدمه اصغر آورده می‌شود و سپس مقدمه اکبر. A نماد حد محصل است و منظور از حد نامحصل یا منفی، «غیر A» است که به‌صورت ’A آورده می‌شود. برای مثال ’SeP خوانده می‌شود هیچ S غیر P نیست. حد وسط حدی است که در هر یک از دو مقدمه به‌صورت M و یا ’M ظاهر می‌شود و درنتیجه حضور ندارد.

۳.۱ ادبیات موضوع

اگرچه استفاده از روش‌های بازنمایی نموداری در منطق سابقه بسیار طولانی‌تری ازآنچه امروزه تحت عنوان نمودارهای ون و اویلر می‌شناسیم دارد تردیدی نیست که این نمودارهای اویلر و ون بودند که استفاده از نمودار در منطق را باب کردند (Ruskey, Weston, 2005).

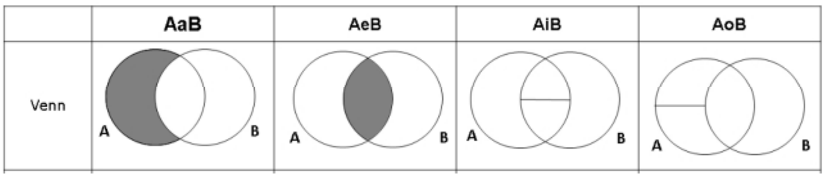
لئونارد اویلر، ریاضیدان قرن هجدهم، در ۱۷۶۸ از دو دایره برای نشان دادن محصورات اربعه (شکل) استفاده کرد و با استفاده از آن‌ها بازنمایی برخی از استدلال‌های محمولی و قضایای منطق مجموعه‌ها امکان‌پذیر شد (kneale W&M,1962:349, به نقل از ذکیانی، ۱۳۸۶). اما این نمودارها در حالت‌هایی که دوایر متقاطع می‌شوند داری ابهام هستند و

معلوم نیست که آن‌ها را چگونه باید خواند. اگرچه خود اولیر این ابهام را قبـول نداشـت امـا هامر و شین (Hammer& Shin1998) می‌توانند نشان دهند که چنین ابهـام ویرانگـری وجـود دارد. این نمودار همچنین به علت عدم توانایی بازنمایی عطف دو گزاره حملی در برخـی از ضروب در یک نمودار واحد، برای بازنمایی همه شکل‌های قیاس مناسـب نیسـت. اشـکالی که منطق دان انگلیسی جان ون در نمودارهای مشهور خود اصلاحات مهمی را در آن ایجـاد کرد.



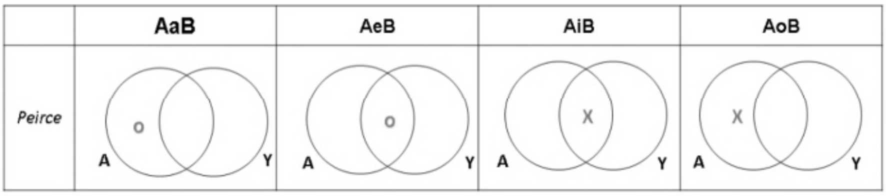
شکل ۱- نمودار اویلر

ون (Venn,1881)، برای بازنمایی یک گزاره حملی از دو دایره متقاطع اسـتفاده کـرد کـه بعدها به نمودار ون مشهور شد (شکل). برای بازنمایی دو گزاره در یک نمـودار نیـز از سـه دایره متقاطع استفاده می‌شود. ایـن نمـودار در بازنمـایی اشـتراک و اجتمـاع مجموعـه‌هـا در ریاضیات کاربرد فراوانی یافت. نمودار ون برای بازنمایی فضای تهی از سایه استفاده می‌کنـد و به‌این‌ترتیب نسب کلی سلبی و ایجابی را با وضوح بالایی نشان می‌دهد. اگرچـه ون بـرای بازنمایی تعهد وجودی در نسبت‌های جزئی روش‌های متنوعی را آزموده است امـا بـه نظـر می‌رسد هیچ‌کدام برای او راضی‌کننده نبوده اسـت (Moktefi, Pietarinen, 2015:361-367). در شکل یکی از پیشنهادهای ناموفق ون برای نمایش وجودی‌ها را مـی‌بینـیم (Ibid:364). ایـن در حالی است که شین می‌گوید ون درباره تعهد وجودی بـه شـکل عجیبـی سـکوت کـرده است (Shin,Lemon,Mumma, 2018). به‌هرحال نمودار ون با همه کارایش قادر بـه بازنمـایی کامل قیاس ارسطویی نبود. مشکلی که پیرس درصدد رفع آن برآمد.



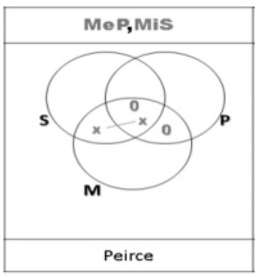
شکل ۲- نمودار ون

چارلز پیرس (Peirce, 1933) با ابداع نمـاد x بـرای نشـان دادن تعهـد وجـودی، توانـایی بازنمایی نسبت‌های جزئی را به نمودار ون بخشید و بـه‌جـای سـایه‌هـای ون بـرای نمـایش ناحیه تهی از نمادO استفاده کرد. (شکل)



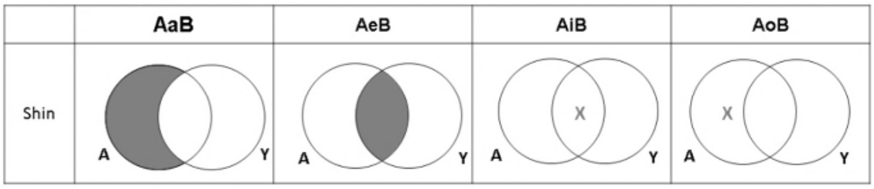
شکل ۳- نمودار پیرس

علاوه بر آن با وضع نماد خط فاصـله میـان نمادهـا بیـان رابطـه فصـلی را ممکـن کـرد به‌این‌ترتیب امکان بازنمایی چند گزاره منفصله در نمودار فـراهم شـد. پیـرس قـدرت بیـانی نمودارهای اولیر را افزایش داد اما به گفته شـین (Shin& Lemon & Mumma, 2018) وضـوح بصری نمودار را کاهش داد که در حالت‌هایی پیچیـدگی زیـادی ایجـاد مـی‌کنـد. در شـکل نمونه‌ای از قیاس با مقدمه جزئی را می‌بینم که نمودار ون نمی‌توانست آن را نشان دهد.



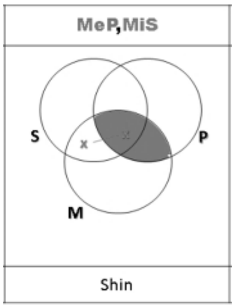
شکل ۴

سون–جو شین در نمودار پیرس تغییری ایجاد می‌کند تا در ضـمن حفـظ قـدرت بیـانی نمودار وضوح بصری نمودار ون را هم احیا کند. او از نمودار پیرس نماد x برای نشـان دادن تعهد وجودی و خط فاصله برای نشان دادن رابطه فصلی را حفظ می‌کند ولـی بـرای نشـان دادن فضای تهی، بجای نماد O از همان سایه‌های ون استفاده می‌کند. (شکل)



شکل ۵- نمودار شین

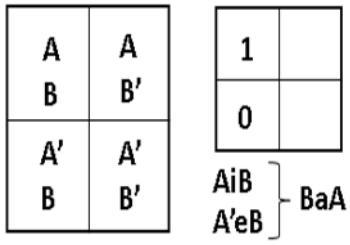
شین این نمودار را Venn-I نامید (Shin, 1994:41-110). همچنین شین برای نشان دادن دو گزاره حملی فصلی، برخلاف پیرس که هر دو گزاره را در یک نمودار بازنمایی می‌کرد، برای هریک نموداری مستقل رسم می‌کند و آن‌ها را با خط رابط پیرس به هم متصل می‌کند. این نمودار را Venn-II نامید که ازنظر بازنمایی قیاس همان Venn-I است (Shin, 1994:111-140).



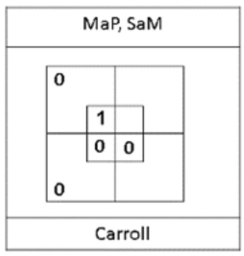
شکل ۶

نمایش دو مقدمه قیاس هم در همان سه دایره متقاطع ون مانندشکل انجام می‌شود.

نمودارهای پیرس و شین، یک محدودیت بیانی مهم دارند: آن‌ها قادر به بازنمایی قیاس با حدهای منفی (نامحصل) نیستند. ریاضی‌دان انگلیسی لویس کارول که نام رسمی او چارلز لوتویج دوجسون است سال ۱۸۸٦ در کتاب بازی منطق (Carroll, 1886)، روشی برای بازنمایی گزاره‌های حملی معرفی می‌کند. او با استفاده از چهار مربع مانند فصل مشترک میان حدود XY را در تمامی حالت محصل و نامحصل نمایش می‌دهد و با استفاده از اعداد صفر و یک تهی یا ناتهی بودن هر فصل مشترک را بازنمایی می‌کند. (نگاه کنید به شکل). به همین ترتیب برای بازنمایی سه حد قیاس باهم از دو مربع تودرتو استفاده می‌کند نمونه‌ای از این نمودار را در شکل ۷- نمودار کارول می‌بینید.



شکل ۷- نمودار کارول



شکل ۸

این روش قدرت بیانی کاملی دارد و می‌تواند همه حالت‌های ممکن با حدود مثبت و منفی را بازنمایی کند؛ اما مربع‌های لویس درک شهودی از قیاس را فراهم نمی‌کند چراکه رابطه بین مربع‌ها با حدها و جانمایی نمادها در مربع‌ها به‌گونه‌ای است که از تصوری روشنی سه دایره وین برای بازنمایی سه حد قیاس ایجاد می‌کند بسیار دور است؛ اما قدرت بیانی کامل این نمودار آن را مناسب طراحی الگوریتم‌های نرم‌افزاری می‌کند که نیازی به فراهم آوردن ادراک شهودی ندارند. نظیر آنچه میرزاپور و کریستین (Mirzapour&Christian,2018) در الگوریتم پیشنهادی خود، البته مستقل ولی سازگار با کارول، به انجام رسانند. روش کارول بیشتر به عنان یک بازی ریاضی شناخته می‌شود تا نموداری برای بازنمایی شهودی یک استدلال.

در این مقاله نمودار کمانی پیشنهاد می‌شود که هم قدرت بیانی نمودار کارول و هم ادراک شهودی و دید بصری نمودار ون را دارد. البته دید بصری آن به‌خوبی نمودار شین نیست؛ اما در حدی هست که درک لازم برای فهم استدلال را فراهم کند. این نمودار تمام ضرب‌های ممکن معدوله و غیر معدوله را بازنمایی می‌کند. کاری که نمودار شین و پیرس در بازنمایی قیاس انجام نمی‌دهند و نکته جالب این است که تصمیم‌گیری در مورد عقیم و

منتج بودن و تعداد نتایج را به‌قدری آسان می‌کند که فاقد هیچ‌گونه ابهام و خطر پنهان مانـدن از دید هستند. در این روش برای بازنمایی قیـاس و اسـتخراج تمـام حالـت‌هـای ممکـن از نشانه‌گذاری کمان‌ها و سطوح دایره با نمادهای (O و 1) در سه‌گام استفاده می‌کنیم.

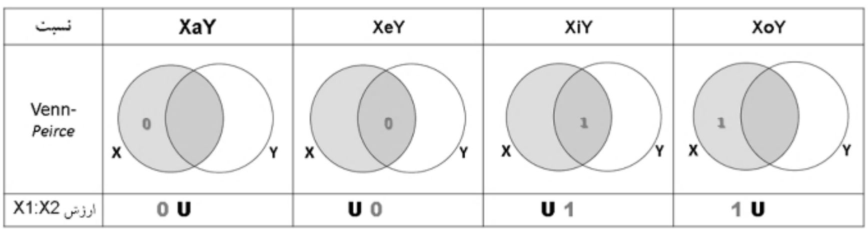
۲. اصول بازنمایی کمانی

بازنمایی قیاس در این روش به‌صورت کلـی از سـه‌گـام تشـکیل‌شـده اسـت: ۱- بازنمـایی گزاره‌های داده‌شده روی کمان ۲- انتقال ارزش‌ها از روی کمان به سطوح ۳- ارزش‌گـذاری کردن کمان نتیجه از روی سطوح.

۱.۲ مقدمات روش

گزاره حملی «هر/هیچ/برخی X، Y است/نیست» را به‌صورت XY نمـاد مـی‌کنـیم و X حـد موضوع خواهد بود و Y حد محمول. حال اگر به بازنمایی XY طبق نمودار پیرس (شـکل) دقت کنیم متوجه نکته جالبی می‌شویم: محیط دایره Y، مساحت دایـره X (حـد موضـوع) را به دو فضای اختصاصی X1 و اشتراکی X2 تقسیم می‌کند و برای معین شدن نسـبت حملـی XY، تنها چیزی که لازم داریم این است که تهی یا ناتهی بودن یکی از ایـن دو فضـا دانسـته شده باشد؛ یعنی ضرورتی برای دانستن ارزش هـر دو ناحیـه نـداریم و همچنـین نیـازی بـه دانستن وضعیت فضای اختصاصی Y (حد محمول) هم نداریم.[1]

روی نمودار تهی بودن با عدد 0 و ناتهی بودن با عدد 1 نشان داده مـی‌شـود و امـا ارزش نامعین که با نماد U مشخص می‌شود، روی نمـودار از طریـق عـدم ارزش‌گـذاری بازنمـایی می‌شود.



شکل ۹- فضای اختصاصی و اشتراکی حد موضوع

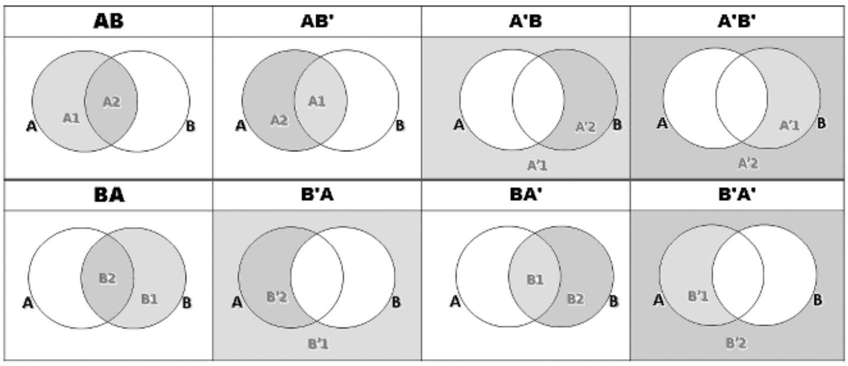
بازنمایی کمانی همین ایـده سـاده را دنبـال مـی‌کنـد: ارزش‌گـذاری یکـی از دو فضـای اختصاصی و اشتراکی حد موضوع.

رنگ آمیزی سطح، بخشی از روش بازنمـایی کمـانی نیسـت امـا در ایـن مرحلـه بـرای بررسی واضح‌تر از سایه استفاده مـی‌کنـیم. فضـای اختصاصـی بـا سـایه کمرنـگ و فضـای اشتراکی را با سایه پررنگ نشان داده‌شده است. در شکل می‌بینم که اگر یکـی از دو فضـای X1 و X2 ارزش معین 0 یا 1 داشته باشد یکی از نسب اربعه را بـه‌صـورت متمـایز و قطعـی بازنمایی می‌کند. این وضعیت را در جدول ۱ می‌بینیم.

جدول ۱- ارزش فضای اختصاصی و اشتراکی X

ردیف	نسبت	ارزش X1:X2	دید بصری
۱	XaY	0 U	فضای اختصاصی X تهی است
۲	XeY	U 0	فضای اشتراکی X تهی است
۳	X iY	U 1	فضای اشتراکی X ناتهی است
۴	XoY	1 U	فضای اختصاصی X ناتهی است

چیزی که در این مرحله نیاز داریم بررسی این موضوع است کـه آیـا وقتـی از حـدهای نامحصل استفاده می‌کنیم ارزش‌گذاری دو فضـای اختصاصـی و اشـتراکی حـد موضـوع بـا همین قاعده، نسب اربعه را به همین ترتیب نشان می‌دهند یا خیر. چون درشـکل XY فقـط با حدهای محصل به نمایش درآمد. پس در شکل می‌بینیم که در همه حالات ممکـن بـرای XY اگر X1 وX2 مانند جدول ۱ ارزش‌گذاری شوند دقیقاً همـان نسـبت‌هـای جـدول ۱ را نتیجه می‌دهند.

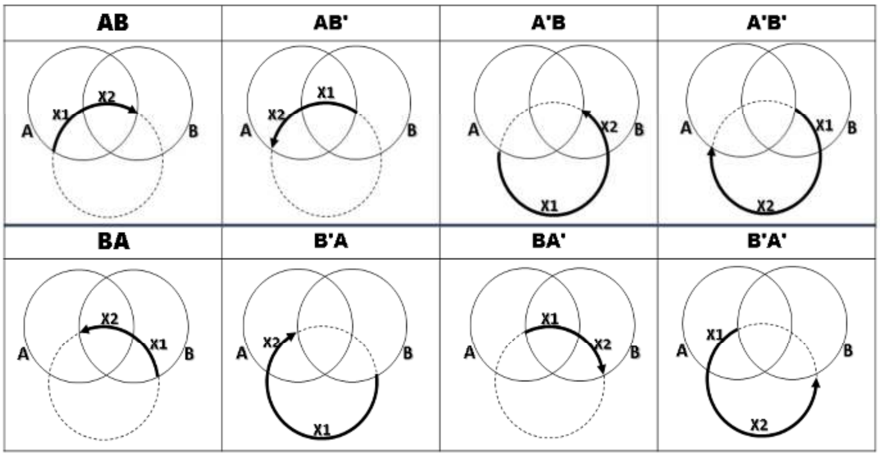


شکل ۱۰- فضای اختصاصی و اشتراکی X در همه حالات XY

اکنون لازم است راهی پیدا کنیم که فضـای X1 و X2 را نشـانه‌گـذاری کنـد. بـرای ایـن منظور از کمان استفاده می‌کنیم.

۲.۲ تعریف کمان

کمان XY درواقع بخشی از دایره سوم است. دایره سوم همان دایره‌ای است کـه در بازنمـایی قیاس (که شامل سه حد است) با نمودار ون، نشان‌دهنده حد سوم است. محـیط ایـن دایـره توسط دایره‌های X و Y به چهار قسمت تقسیم می‌شود که برای نشانه‌گـذاری X1:X2 بـه دو قسمت آن نیاز داریم. این دو قسمت که ابتدا X1 را و سپس X2 را نشان مـی‌دهـد را «کمـان نسبت XY» می‌نامیم. واضح است که برای رعایت ترتیب این کمان باید جهت داشـته باشـد. درشکل این کمان را برای همه‌ی حالت‌های شکل می‌بینیم که با رنگ آبـی مشـخص‌شـده است. مشاهده می‌شود که در همه‌ی حالات قسمت اول کمـان، X1و قســمت دوم آن X2 را نشانه‌گذاری کرده است.



شکل ۱۱ -کمان XY در همه حالات ممکن

حال برای اینکه این روش قابل‌استفاده باشد به قاعده‌ای نیاز داریم که بتـوانیم بـر اسـاس آن کمان XY را در هر حالتی ترسیم یا کشف کنیم.

۱.۲.۲ قاعده ترسیم کمان

برای ترسیم هر کمانی از قاعده کلی جدول ۲ استفاده می‌کنیم.

جدول ۲-قاعده ترسیم کمان

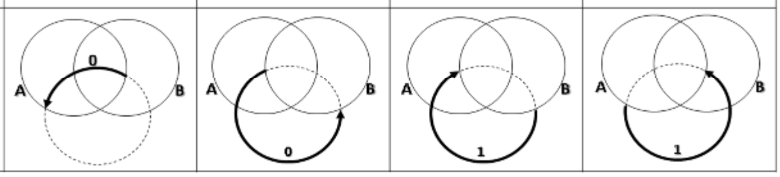
قاعده تعیین کمان $A^?B^?$
کمان $A^?B^?$ دو قسمت متوالی از محیط دایره سوم است که تماماً درون A(اگر A) / بیرون A (اگر A′) است و به درون B(اگر B) / بیرون B(اگر B′) حرکت می‌کند.

اگر این قاعده را در مورد هریک از حالات XY در شکل بکـار ببـریم متوجـه موفقیـت کامل آن در تمام حالات ممکن می‌شویم. برای مثال کمان A’B بخشی از محیط دایـره سـوم است که تماماً بیرون A است و به درون B حرکت می‌کند. یـا B’A’ بخشـی از دایـره سـوم است که تماماً بیرون B است و به بیرون A حرکت می‌کند.

۲.۲.۲ ارزش کمان

وقتی نسبت XY را می‌دانیم ارزش دو قسمت کمان XY بر اساس جدول ۱ مشـخص اسـت که همان ارزش x1:X2 است. به‌این‌ترتیب که کلیه موجبه، صفر در ابتدای کمان، کلیـه سـالبه، صفر در انتهای کمان، جزئیه موجبه، یک در انتهـای کمـان و جزئیـه سـالبه، یـک در ابتـدای کمان را مشخص می‌کند و برعکس. در شکل می‌توانیم بازنمایی کامل کمـان چهـار گـزاره متفاوت را برای نمونه ببینیم.

گزاره	AaB'	B'e A'	B'i A	A'oB
قاعده ترسیم کمان	کمان تماما درون A ، حرکت به بیرون B	کمان تماما بیرون B، حرکت به بیرون A	کمان تماما بیرون B، حرکت به درون A	کمان تماما بیرون A، حرکت به درون B
ارزش کمان	0 U	U 0	U 1	1 U
بازنمایی				

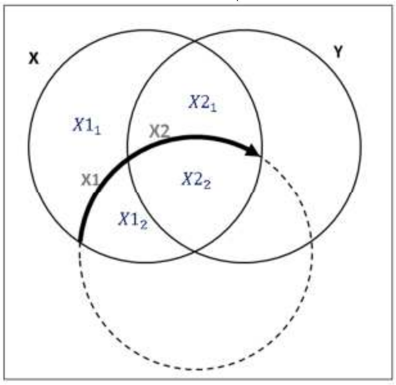


شکل ۱۲- گام یک: بازنمایی گزاره روی کمان

۳.۲ تعیین ارزش سطوح از روی کمان و برعکس

حال اگر به شکل ۱۳۱ نگاه کنیم می‌بینیم که کمان فضـای X1 را بـه را بـه دو فضـای $X1_1$ و $X1_2$ و فضای X2 را به را به دو فضای $X2_1$ و $X2_2$ تقسـیم کـرده اسـت. درجـدول ۳ رابطـه دوسویه‌ی ارزش هر قسمت از کمان با دو فضای مربوط به آن، بیـان‌شـده اسـت. البتـه ایـن

جدول چیز جدیدی را بیان نمی‌کند، اما از آن می‌توان اصـول ارزش‌گـذاری سـطوح از روی کمان و برعکس را صورت‌بندی کرد. همان‌طور که در ابتدا گفته شد این کـار بـرای اجـرای گام دوم و سوم روش بازنمایی کمانی لازم است.



شکل ۱۳۱

جدول ۳- رابطه ارزش کمان با سطح

۱	$Xi=0 \leftrightarrow Xi_1=0 \wedge Xi_2=0$
۲	$Xi=1 \leftrightarrow Xi_1=1 \vee Xi_2=1$

از سمت چپ روابط می‌توانیم قواعد لازم برای ارزش‌گـذاری سـطوح از روی کمـان را استخراج‌کنیم:

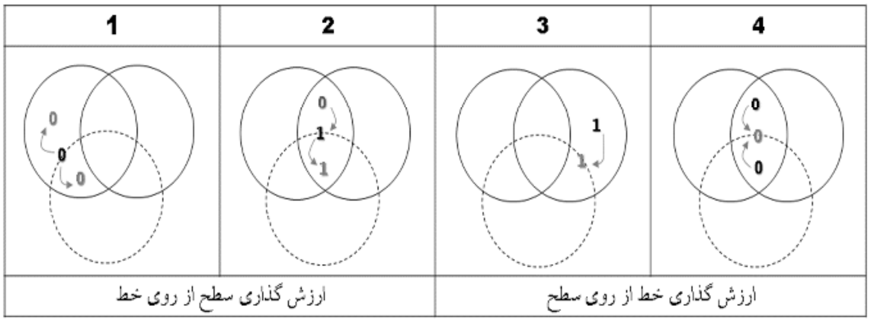
۱. هر دو سطح مجاور خط 0، ارزش 0 می‌گیرند (شکل ۱:۱٤۲).

۲. تنها اگر یکی از دو سطح مجاور خط 1 ارزش 0 داشت سطح دیگر ارزش 1 می‌گیـرد (شکل ۲:۱٤۲).

از سمت راست روابط می‌توانیم قواعد لازم برای ارزش‌گـذاری کمـان از روی سـطح را استخراج‌کنیم:

۳. کافی است یکی از سطوح مجاور خط ارزش 1 داشته باشـد تـا خـط ارزش 1 بگیـرد (شکل ۳:۱٤۲).

٤. تنها اگر هر دو سطح مجاور خط ارزش 0 داشته باشند، خط ارزش0 می‌گیرد (شـکل ٤:۱٤۲).



شکل ۱۴۲– مثال‌هایی از ارزش‌گذاری خط و سطح از روی‌هم

حتماً توجه داریم که این ٤ قاعده همان تعریف اولیه ارزش کمان در بخش ۰ هستند و به فراگیری بیشتری نیاز ندارند.

۳. بازنمایی قیاس با روش کمانی

اکنون با داشتن این مقدمات روش بازنمایی کمانی قیاس حملی را در سه‌گام می‌توان به انجام رساند:

۱. در گام نخست کمان هر یک از مقدمه‌های قیاس را روی نمودار ون به همراه ارزش آن بازنمایی می‌کنیم.

۲. در گام دوم ارزش‌های ظاهرشده روی دوکمان را به سطوح منتقل می‌کنیم.

۳. در گام آخر با کمک سطوح ارزش‌دار شده هر قطاع از محیط دایره سوم را که ممکن است ارزش‌گذاری می‌کنیم و کمان نتیجه را می‌خوانیم. در ادامه این سه‌گام تشریح خواهند شد.

۱.۳ بازنمایی کمان گزاره: گام یک

ابتدا کمان گزاره را تعیین می‌کنیم (نگاه کنید به جدول ۲–قاعده ترسیم کمان) سپس ارزش گزاره را روی کمان وارد می‌کنیم (نگاه کنید به جدول ۱– ارزش فضای اختصاصی و اشتراکی X). وقتی این کار را برای هر دو مقدمه یک قیاس انجام دهیم گام نخست بازنمایی قیاس به انجام رسیده است.

۱.۱.۳ اعمال پیش‌فرض حد ناتهی در سیستم

همان‌طور که دیده می‌شود این بازنمایی همسو با بازنمایی پیرس و شین و به‌منظور کارایی نمودار در نظریه مجموعه‌ها که با مجموعه‌های تهی کار می‌کنند، به تهی نبودن دایره‌ها محدود نیست؛ اما اگر بخواهیم این پیش‌فرض ارسطویی را که هیچ حد تهی وجود ندارد در سیستم نمایش دهیم که دو راه برای آن وجود دارد: راه نخست اینکه ارزش‌گذاری نمادین را سه جایگاهی کرده و برای مثال داشته باشیم AeB=101 و راه بهتر این است که بدون تغییر دادن سیستم ارزش‌گذاری این پیش‌فرض را به شکل «قاعده ممنوعت توالی صفرها» تنها در هنگام ارزش‌گذاری کمان نشان دهیم: هیچ دو قطاع متوالی از محیط یک دایره نمی‌تواند صفر باشند. پس اگر 0 در هر جای محیط ظاهرشده، دو خط مجاور آن 1 خواهد شد. در این مقاله از همین روش برای اعمال پیش‌فرض وجودی استفاده‌شده است. اعمال قاعده ممنوعیت توالی صفر را می‌توان هم در این گام و هم در گام سوم انجام داد.

با اعمال یا عدم اعمال قاعده ممنوعیت توالی صفر، می‌توان به‌راحتی تفاوتی را که وجود یا عدم وجود این اصل موضوع در سیستم منطقی می‌گذارد مشاهده و بررسی کرد. این کار را در یک مورد انجام خواهیم داد.

۲.۳ انتقال ارزش از کمان به سطح: گام ۲

در این مرحله با توجه به اینکه ارزش ظاهرشده روی هر قسمت کمان درواقع برگرفته از ارزش دو سطح مجاور آن بوده است به شکلی بسیار ساده و شهودی ارزش دو سطح مجاور را مشخص می‌کنیم. (نگاه کنید به ۰)

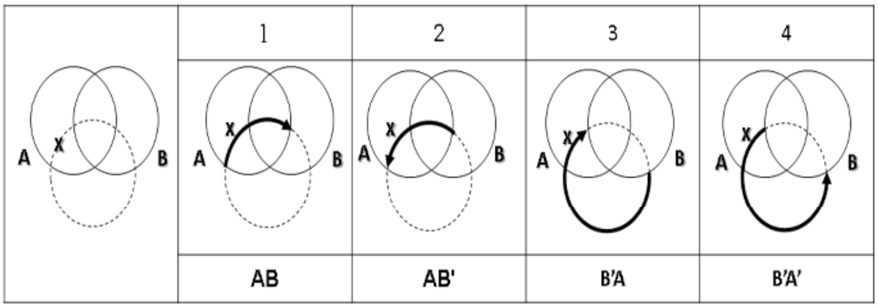
۳.۳ انتقال ارزش از سطح به کمان: گام ۳

در گام پایانی باید کمانی که می‌خواهیم نتیجه آن را بدانیم ارزش‌گذاری کنیم (نگاه کنید به ۰) و آن را بخوانیم. یا اگر می‌خواهیم کل حالت‌های ممکن را استخراج‌کنیم ارزش هر قطاعی از دایره سوم را که ممکن است مشخص می‌کنیم و هر دو برش مجاور را از هر دو جهت به‌عنوان یک کمان می‌خوانیم.

۱.۳.۳ تعداد نتایج

اگر روی کمان نتیجه دست‌کم یک عدد ظاهرشده باشد، کمان، منتج است. و به‌طورکلی اگـر روی دایره سوم (دایره نتیجه) حداقل یک عدد (صفر یا یـک) ظاهرشـده بشـد قیـاس منـتج است و تنها در صورتی قیاس فاقد نتیجه است کـه ٤ قطعـه محـیط دایـره سـوم بلاتکلیـف (معادل رزش نمادین U) مانده باشند.

درازای هر عدد، روی دایره، قیاس چهار جواب معتبر خواهد داشت چراکه بـا هـر عـدد می‌توان ٤ کمان را از دو جهت درگیر کرد و خوانـد. درشـکل نمونـه‌ای از درگیـر شـدن ٤ کمان با یک عدد دیده می‌شود.



شکل ۱۵- مثالی از درگیر شدن ۴ کمان با هر عدد

۲.۳.۳ اعمال قاعده حد ناتهی

اگر بخواهیم قاعده ممنوعیت توالی صفرها را که اجازه نمی‌دهد هـیچ حـدی تهـی باشـد را اعمال کنیم هم در گام یک و هم در گام سه باید لحاظ شود؛ اما به نظر مـی‌رسـد اعمـال آن تنها در گام سوم کفایت می‌کند و نیازی به شلوغ کردن نمودار از همان گام نخست نیسـت.[۲] درهرصورت، با اعمال قاعده ممنوعیت توالی صفرها، با وضعیتی مواجه مـی‌شـویم کـه روی یک کمان دو عدد را مشاهده کنیم که لازم است درباره خواندن چنین کمانی هـم توضـیحی داده شود.

۳.۳.۳ خوانش کمان دو ارزشی

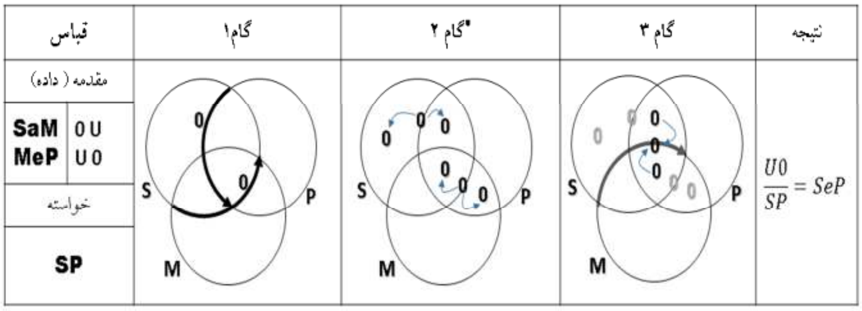
اگر روی هر دو قسمت کمان عدد ظاهر شود، در هر خوانش یک عدد را نادیده می‌گیریم و عدد دیگر را مطابق معمول می‌خوانیم. طبیعی است که برای هر کمان دو نتیجه قابل‌خواندن خواهد بود (جدول ٤).

جدول ۴ –خواندن کمان‌های دو ارزشی

ردیف	دو ارزش روی کمان XY	هربار یک ارزش را در نظر می گیریم	نتیجه
۱	0 1	0 U , U 1	XaY , XiY
۲	1 0	1 U , U 0	XoY , XeY
۳	1 1	1 U , U 1	XoY , XiY
۴	0 0	0 U, U 0	X=Ø

۴.۳ یک مثال کامل

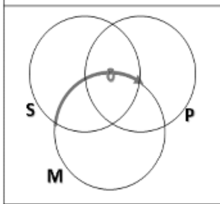
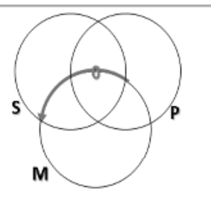
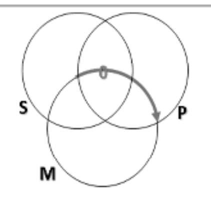
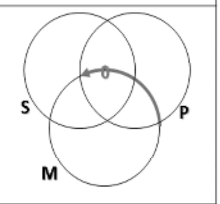
اکنون برای مثال دو مقدمه «هیچ M، P نیست» و «هر S، M است» را در نظر می‌گیریم و نخست نسبت SP را می‌خواهیم. همه نسبت‌های ممکن بدون در اعمال اصل موضوعه حد ناتهی و سپس با در نظر داشتن آن را بررسی می‌کنیم.



شکل ۱۶- بازنمایی ضرب CeLarent

در گام سوم روی کمان SP عددی نمایان شده است بلافاصله می‌دانیم که قیاس منتج است و نتیجه کلی هم دارد. و چون صفر روی قسمت دوم کمان است سالبه، کلی است. (اگر لازم است از.Error! Reference source not foundاستفاده کنید) اما اگر کلیه حالت منتج را بخواهیم کافی است توجه کنیم که برای هر عدد ظاهرشده روی دایره سوم، ٤ کمان

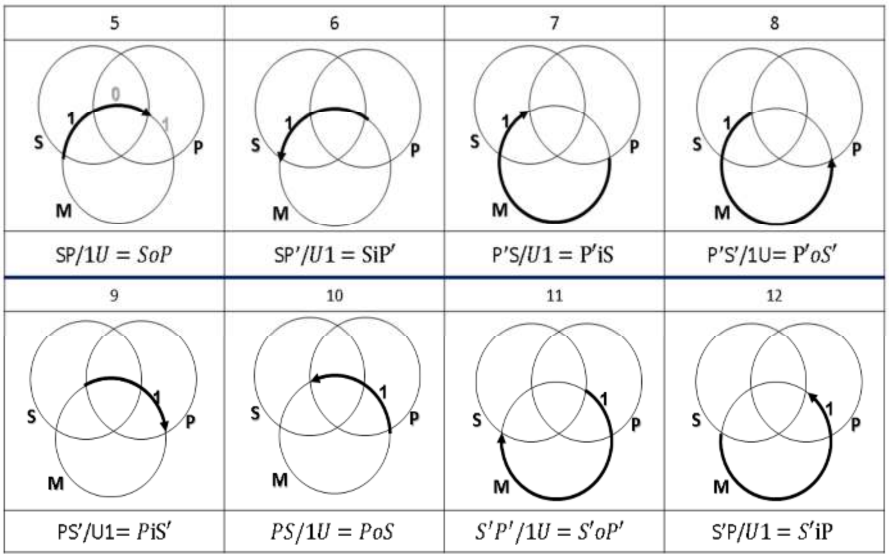
درگیر شونده قابل رسم است. در شکل زیر همه کمان‌های ممکن برای قیاس قبلی ترسیم‌شده‌اند. البته فعلاً بدون پیش‌فرض ناتهی بودن حدها.

1	2	3	4
			
$U0/SP = SeP$	$0U/SP' = SaP'$	$0U/PS' = PaS'$	$U0/PS = PeS$

شکل ۱۷- همه نتایج ضرب Celarent با فرض امکان وجود حد تهی

برای مثال نتیجه ۳ این‌گونه خوانده می‌شود: کمانی که تماماً در P است و از S خارج می‌شود کمان ’PS است (جدول ۲) و فضای اختصاصی P خالی است (0U) که بیانگر نسبت موجبه کلی است (جدول ۱).

اکنون برای اعمال پیش‌فرض ناتهی بودن حدها، قاعده‌ی ممنوعیت توالی صفرهای را اعمال می‌کنیم؛ یعنی روی دایره نتیجه (دایره M) در دو طرف صفر ظاهرشده ارزش 1 را وارد می‌کنیم. در این صورت روی محیط دایره سه عدد خواهیم داشت و ازآنجاکه برای هر عدد ٤ جواب وجود دارد باید انتظار ۱۲ جواب را داشته باشیم؛ که همین نتیجه را در شکل مشاهده می‌کنیم.



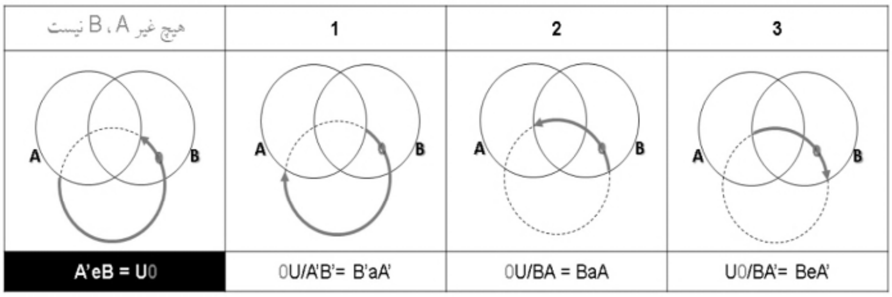
شکل ۱۸- همه نتایج ضرب Celarent با فرض عدم امکان وجود حد تهی

که برای مثال شماره ۱۱ چنین خوانده می‌شود: کمانی که تماماً بیرونS است و از P بیرون می‌رود کمان S'P' است و فضای اختصاصی S' ناتهی است که بیانگر وجود فرد خارج از حد دوم است یعنی سالبه جزئیه S'OP'.

به‌این‌ترتیب ملاحظه می‌شود برای دو مقدمه {SaM و MeP} با پذیرش حد تهی، ٤ ضرب و بدون پذیرش آن ۱۲ ضرب منتج خواهیم داشت. مشاهده می‌کنیم نمودار کمانی می‌تواند ابزار مناسبی برای مطالعه اثر پیش‌فرض وجودی بر سیستم منطقی ارسطو باشد.

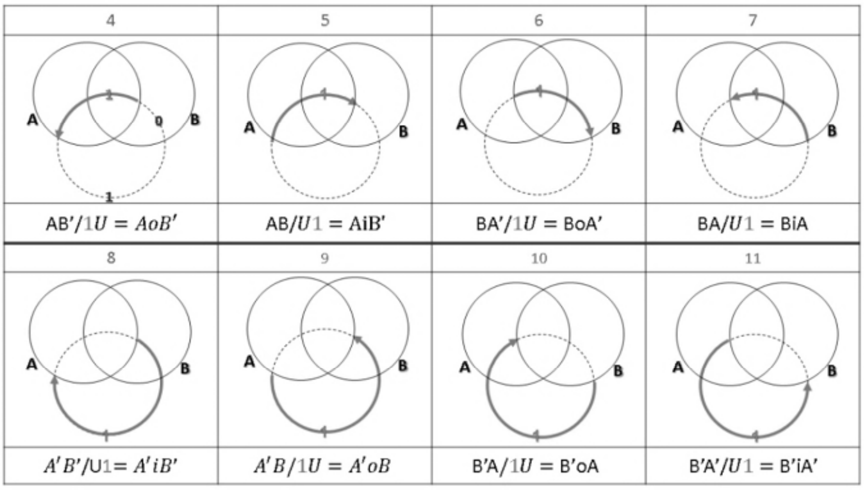
۵.۳ معادل‌یابی برای گزاره‌ی حملی

با استفاده از نمودار کمانی می‌توانیم بدانیم از یک گزاره حملی چه گزاره‌های دیگری را می‌توان نتیجه گرفت. برای مثال می‌خواهیم بدانیم از گزاره «هیچ غیر A، B نیست» چه گزاره‌های دیگری منتج می‌شود؟ برای این منظور کافی است که کمان گزاره داده‌شده را رسم کنیم و برای عدد ظاهرشده روی کمان همه دیگر کمان‌های درگیر با آن را بخوانیم. در شکل مشاهده می‌کنیم که ازهر گزاره، بدون پیش‌فرض حد ناتهی، سه گزاره حملی دیگر نتیجه می‌شود چراکه هر عدد ٤ کمان را درگیر می‌کند.



شکل ۱۹- نتایج حاصل از A'eB با امکان حد تهی

حال اگر پیش‌فرض حد ناتهی را اعمال کنیم در مورد گزاره‌های جزئی تفـاوتی در مـورد تعداد نتایج حاصل نمی‌شود؛ چراکه این اصل با ظهور 1 روی کمان، عدد دیگـری را ایجـاب نمی‌کند؛ اما اگر گزاره‌ی پایه، کلی باشد با توجه به ظهور ارزش صفر و ممنوعیـت دو صـفر متوالی، دو عدد 1 نیز به محیط دایره سوم اضافه می‌شود و حـال بـرای سـه عـدد، ۱۲ کمـان درگیر قابل رسم خواهد بود که این یعنی درمجموع ۱۱ معادل؛ مـثلاً بـرای گـزاره‌ی فـوق ۸ نتیجه دیگر هم حاصل می‌شود که در شکل مشاهده می‌شوند.

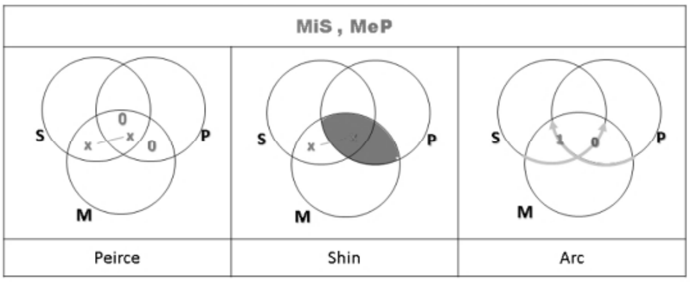


شکل ۲۰- دیگر نتایج حاصل از A'eB با لحاظ حد ناتهی

٤. نتیجه‌گیری

در این مقاله روشی جدید برای بازنمایی جمله‌های حملی روی نمودار ون معرفی شد که از قدرت بیانی و تصمیم پذیری خوبی برخوردار است. می‌تواند قیاس با حدهای محصل و نامحصل را در تمام حالات ممکن بازنمایی کند و مشاهده تعداد نتایج ممکن در یک نگاه میسر می‌شود.

اما مهم‌ترین ضعفی که روش کمانی نسبت به روش‌های شین و پیرس دارد در تعداد مراحل آن است.

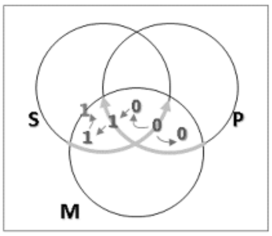


شکل ۲۱۳ – مقایسه سه روش بازنمایی

روش کمانی برای بازنمایی نتیجه، بعد از بازنمایی مقدمات به دو مرحله‌ی دیگر نیاز دارد. این در حالی است که در روش‌های شین و پیرس بعد از بازنمایی مقدمات کار دیگری غیر از خواندن نمودار برای رسیدن به نتیجه لازم نیست. برای مثال در شکل ۲۱۳ دو مقدمه «برخی M، S است و هیچ P،M نیست» به هر سه روش بازنمایی شده است؛ اما نتیجه‌ی محصل آن که گزاره‌ی «برخی S، P نیست» است، برخلاف روش کمانی در روش شین و پیرس در همین مرحله قابل‌مشاهده است. برای مشاهده نتیجه در روش کمانی ارزش‌ها یک‌بار باید روی سطوح منتشر شوند و بعد روی دایره سوم جمع‌آوری شوند.

البته معلوم نیست که این اضافه‌کاری را باید ضعف محسوب کرد یا قوت؟ چون بعد از طی شدن دو گام دیگر و نمایان شدن (یا نشدن) عدد روی دایره سوم با نمایی تصمیم پذیرتر و واضح‌تر مواجه می‌شویم (شکل). خصوصا در مواردی که قیاس منتج نیست، استنباط اینکه هیچ نتیجه‌ای از نمودار شین و پیرس حاصل نمی‌شود نیاز به دقت مضاعف دارد اما در نمودار کمانی نمایش دایره فاقد ارزش، بی هیچ زحمتی منتج نبودن را اعلام می‌کند. یا درمثال فوق ظهور عدد 1 نشان می دهد که مقدمه‌ها نتیجه وجودی (جزئی) دارند

(بدون پیش‌فرض حدناتهی، ٤ نتیجه جزئی و با آن پیش‌فرض ۱۲ نتیجه کلی دیگر هم داریم.)



شکل ۲۲

اما ضعف دیگری که نمودار صرفا نسبت به نمودار شین دارد در وجود قاعده رسم کمان است که باید فرا گرفته شود (نگاه کنید به جدول ۲–قاعده ترسیم کمان) چیزی که نمودار شین از آن بی نیاز است. البته نمودار پیرس به فراگیری ٦ قاعده غیر شهودی نیاز دارد و از این لحاظ نمی‌تواند مدعی باشد (Peirce, 1933).

از سویی شین، برگرداندن سایه به نمودار ون در روش شین را یک مزیت نسبت به روش پیرس می داند که دراینصورت باید پذیرفت روش شین همین مزیت را نسبت به روش کمانی هم حفظ می‌کند.

درنهایت با توجه به ناتوانی روش شین و پیرس در بازنمایی حدود منفی، تصور می‌شود قدرت بیانی روش کمانی ضعف‌های آن را پوشش می دهد.

آنچه که در ادامه این تحقیق می‌تواند قرار بگیرد اثبات صحت و تمامیت این روش است. با توجه به اینکه شین موفق شده صحت و تمامیت نمودار پیشرفته ون را اثبات کند هم برای نمودارهای ون–۱ (Shin, 1994:93-110) و هم برای ون–۲ (Shin, 1994:125-140) به نظر می‌رسد راه برای نمودار کمانی هم با توجه به سازگاری در همه مفاهیم پایه، باز باشد.

تقدیر

برای کنترل و راستی آزمایی نتایج روش کمانی از الگوریتم بررسی قیاس که توسط میرزاپور و کریستن طراحی و پیاده سازی شده و راهنمایی های دکتر میرزاپور بهره برده

شد. این پیاده سازی در وبگـاه https://sites.google.com/view/mehdimirzapour/publications در دسترس است.

پی‌نوشت‌ها

۱. در اینجا منظور این نیست که این چهار نسبت اطلاعات بیشتری به ما نمی‌دهند؛ بلکـه «فعـلا» بـه اطلاعت بیشتر نیاز نداریم. روابط صوری در منطق ارسطو به روشنی نشان مـی دهـد کـه سیسـتم منطقی ارسطو تهی نبودن حدها را پیش فرض گرفته است. با این پیش فرض فضـای اختصاصـی حد محمول Y وقتی XY سالبه کلی یا جزئی باشد حتما ناتهی است. اما در ادامه خواهیم دید کـه چگونه می توان این پیش فرض را در نمودار کمانی بازنمایی کرد بدون اینکـه درمبنـای روش یـا آنچه گفته شد تغییری لازم باشد.بنابراین سخن این است که برای بازنمـایی قطعـی نسـبت‌هـا بـه اطلاعات بیشتری نیاز نداریم؛ مثلا وقتی فضای اشتراکی X تهی است قطعا نسبت XeY را داریـم. اگرچه از همانجا می‌دانیم فضای اختصاصی همX وهمY ناتهی است، ولی به این اطلاعات بـرای رسیدن به XeY نیاز نداشتیم.

۲. اعمال قاعده در آخرین گام علاوه بر جلوگیری از شلوغی، این مزیت را دارد که در یـابیم ضـرب مورد نظر با پیش فرض حدناتهی منتج است یا مستقل از آن هم منتج است.

کتاب‌نامه

ذکیانی، غلامرضا، ۱۳۸۰، نمودار ون روش‌های جدید برای تشخیص ضروب منتج قیاس ۲، رشد آمـوزش معارف اسلامی ٤٦

ذکیانی، غلامرضا، ۱۳۸٦، هنر استدلال: روشی نو در آموزش منطق، رویش نو،

Barwise, J. and A. Shimojima, 1995, "Surrogate Reasoning", Cognitive Studies: Bulletin of Japanese Cognitive Science Society, 4(2): 7–27.

Carroll, L. 1886. The game of logic. London: Macmillan.

Hammer, E. 1995, "Reasoning with Sentences and Diagrams", Notre Dame Journal of Formal Logic, 35(1): 73–87.

Hammer, E.M. Shin, S.J. 1998. Euler's visual logic. Hist. Philos. Log. 19(1), 1–29.

Kneale W. & kneale M. 1962. The Development of Logic, Clarendon press. Oxford. P 349.

Mirzapour, M, and Christian,R. 2018. Venn Diagram and Evaluation of Syllogisms with Negative Terms: A New Algorithm. International Conference on Theory and Application of Diagrams. Springer, Cham.

Moktefi, A. & Pietarinen, A.V. 2015. On the Diagrammatic Representation of Existential Statements with Venn Diagrams. Journal of Logic, Language and Information, 24(4), 361–374

Peirce, C.S. 1933, Collected Papers, Cambridge, MA: Harvard University Press.

Ruskey, F. Weston, M. 2005. "A Survey of Venn Diagrams". The Electronic Journal of Combinatorics.

Shin, S. 1994, The Logical Status of Diagrams, Cambridge: Cambridge University Press.

Shin,S. Lemon, O. Mumma,j . 2018, Diagrams, Stanford Encyclopedia of Philosophy

Venn, J. 1881, Symbolic Logic, London: Macmillan.