

Preference Models, in Nonmonotonic and Deontic Logics

Fateme Sadat Nabavi¹

Abstract:

Different kinds of nonstandard conditionals of modal nature, are studied in conditional logic or Dyadic Modal Logic. Preference structures are one of the important categories of semantic models for these logics. Deontic conditionals and nonmonotonic conditionals are two kinds of these nonstandard conditionals, such that these models have been introduced as one of their main semantics.

In this paper we have a brief review of the literature of preference models in these two branches. Then we compare the subjects studied under the topic of preference models in both fields and have an analysis about the meaning and the acceptance of the axioms of conditional logics, when the conditionals either read as deontic conditionals or as nonmonotonic ones.

In addition, we present some examples to show that in the both fields, preference models have shortcomings in expressing the correct and intuitive reasoning. We offer some extended semantics from nonmonotonic literature to overcome these shortcomings.

key words: Deontic Logic; Nonmonotonic Logic; Krepke Models, Conditional Logic; Preference Structures

¹ Assistant Professor, Department of Mathematics, University of Qom, Qom, Iran. f.nabavi@qom.ac.ir
09198511493

Received: 8/12/2024, Accepted: 6/9/2025

Introduction

Nonstandard conditionals with a modal nature are studied in conditional logic or dyadic modal logic. Preference structures are among the most important semantic models for these logics. Deontic conditionals and nonmonotonic conditionals are two kinds of these nonstandard conditionals, and preference models have been introduced as one of their main semantics. This paper briefly reviews the literature of preference models in these two branches. It then compares the subjects studied under preference models in both fields and analyzes the meaning and acceptance of the axioms of conditional logics when conditionals are read either as deontic or as nonmonotonic. It also presents examples showing that in both fields, preference models have shortcomings in expressing correct and intuitive reasoning, and offers extended semantics from the nonmonotonic literature to overcome these shortcomings.

The motivation comes from conditionals such as: "If it rains, the weather becomes pleasant," "If you do not attend the meeting with your friend, you should inform him," and "If it rains, usually the sun is not in the sky." These are not material implications. Their semantics consists of a set of possible worlds and a preference relation over them. When the preference relation is global—independent of which world one is in—the structures are called preference structures. These define counterfactual conditionals, conditional obligations, and defeasible conditionals. Historically, counterfactuals were formalized by Lewis (1973) and Stalnaker (1968); conditional obligations in Hanssonian dyadic deontic logics; and defeasible conditionals in nonmonotonic logics, with preferential logic P being central (Kraus et al., 1990).

Materials & Methods

The methodology is conceptual, comparative, and formal-logical. A preference model is $M = (W, \geq, v)$, where W is a set of possible worlds, $\geq$ is a preference relation, and v is a valuation function. The language includes classical connectives plus a conditional operator $\Rightarrow$. The truth condition is as follows: $A \Rightarrow B$ is true at w iff B is true in all the best A -worlds.

Properties of $\geq$ examined include reflexivity, transitivity, totality, limitedness, and smoothness. Limitedness (Åqvist) ensures maximal elements for any non-empty set. Smoothness (KLM) guarantees the (CM) axiom.

Three areas are examined:

1. Deontic preference logics: From Hansson (1968) and systems DSDL1, DSDL2, DSDL3, axiomatized by Spohn (1975) and studied by Åqvist (2002), Parent (2010, 2014, 2015, 2021), and Ardeshtir & Nabavi (2006). Systems E, F, G, and F+CM are introduced with axioms (CK), (Nec), (LLE), (Id), (Sh), (MP), (N), (D), (CM), (Sp), and (RM). Soundness and completeness are summarized under two approaches: the best approach (opt-rule) and the optimal approach (max-rule).
2. Nonmonotonic preference logics: From default logic (Reiter, 1980), circumscription (McCarthy, 1986), and autoepistemic logic (Moore, 1985). Gabbay (1985) proposed characterizing them by properties of the consequence relation. The KLM paper classified these axioms using cumulative models. Preferential logic P adds the (Or) axiom to Gabbay's axioms, with preference models as semantics.
3. Alternative semantics: Possibility models, ordinal ranking models, and qualitative plausibility models, generalizing probabilistic models by replacing numerical probabilities with elements of a partially ordered set.

Discussion & Result

Both fields define preference models with a global preference relation and a conditional operator evaluated in the best worlds satisfying the antecedent, but there are some differences. Firstly, in deontic logic both opt-rule and max-rule are used but in nonmonotonic logic only the opt-rule is

used. Secondly, deontic logic accepts multiple copies of the same world; nonmonotonic logic also studies the case of at most one copy per world (Makinson, 2005). The preference models studied in nonmonotonic logic are not completely general and smoothness is required in all of them (corresponding to CM); but in deontic systems, the weaker limitedness may be imposed.

They also differ in axiom systems. (Sh) is basic in deontic preference logics but not in KLM. (Or) is basic in P but not in dyadic deontic logic, where it is derivable from (Sh). (CM) originated in nonmonotonic logic and was added to deontic systems by Parent and Goble. Its validity is directly related to a system's inability to tolerate conflicting obligations.

The shortcomings of preference systems have been analysed through several examples with deontic or nonmonotonic reading.

The first deontic example is due to a terrorist which is in either house 1 or house 2. If in house 1, you ought to kill him; if in house 2, you ought to kill him; but if in one of the two houses, you are not necessarily obligated to kill him (an innocent person might be killed). The (Or) axiom, valid in all preference models, leads to counterintuitive results. This example is original.

The second example is about a father with twin children. If cameras show one stole, the father must pay compensation. (Or) would allow concluding he must pay regardless of which child is shown—intuitive here. But a third example shows that if cameras show someone committing murder, that person is sentenced to retaliation, and if someone is sentenced to retaliation his father becomes grief-stricken, then applying (Or) leads to the father becoming grief-stricken even when it is unclear which twin committed the crime. This is counterintuitive because the judge cannot issue a retaliation sentence based on unclear video evidence.

A fourth deontic example shows that from six intuitively consistent premises, preference models derive that all propositions (including contradictions) are obligatory. Duty A conflicts with B and C, where A is more important than each individually, but B and C together take priority over A. The derivation shows there is no best world, meaning all propositions are obligatory. This is a standard test for deontic logics tolerating conflicting obligations.

A fifth example concerns nonmonotonic reasoning and aggregation of evidence. There may be defeasible evidence for rejecting a proposition ($\phi = \neg\psi$) and a single piece of evidence stronger than each individual piece for accepting it ($\psi = \phi$). In preference models, due to (Or), the stronger evidence overrides each individual piece and leads to rejection, whereas intuitive reasoning might allow accumulation of multiple pieces to override a single stronger piece. The formal derivation leads to contradiction ($\perp$).

Conclusion

This paper reviewed and compared preference models in deontic and nonmonotonic logic. While both fields use similar formal structures, they differ significantly in axiom systems, interpretation, and required model properties.

The paper also analyzes important axioms in both fields, showing that some axioms intuitive in one context may be counterintuitive in another. For example, reflexivity is intuitive in nonmonotonic logic but counterintuitive in deontic logic, while (CM), originating in nonmonotonic logic, has important implications for tolerating conflicting obligations.

In addition, it has been showed through several examples that, while preference models have played a valuable role in developing both deontic and nonmonotonic logics, they are not adequate for all purposes. Extended semantics from the nonmonotonic literature, particularly cumulative and plausibility models, offer promising alternatives. Future work should explore their application to specific problems such as conflicting obligations and evidence aggregation.

Bibliography

Alchourrón, C. E., Gärdenfors, P., & Makinson, D. (1985). On the logic of theory change: Partial meet contraction and revision functions. *The journal of symbolic logic*, 50(2), 510-530 .

- Åqvist, L. (2002). Deontic logic. In *Handbook of Philosophical Logic :Volume 8* (pp. 147-264). Springer .
- Ardeshir, M., & Nabavi, F. (2006). On some questions of L. Åqvist. *Logic Journal of the IGPL*, 14(1), 1-13 .
- Benzmüller, C., Farjami, A., Fuenmayor, D., Meder, P., Parent, X., Steen, A., van der Torre, L., & Zahoransky ,V. (2020). LogiKEy workbench: Deontic logics, logic combinations and expressive ethical and legal reasoning (Isabelle/HOL dataset). *Data in Brief*, 33, 106409 .
- Chellas, B. F. (1980). *Modal logic: an introduction*. Cambridge university press .
- Delgrande, J .P. (1998). On first-order conditional logics. *Artificial intelligence*, 105(1-2), 105-137 .
- Friedman, N., & Halpern, J. Y. (1998). Plausibility measures and default reasoning. *arXiv preprint cs/9808007* .
- Friedman, N., Halpern, J. Y., & Koller, D .(2000) .First-order conditional logic for default reasoning revisited. *ACM Transactions on Computational Logic (TOCL)*, 1(2), 175-207 .
- Gabbay, D. M. (1985). *Theoretical foundations for non-monotonic reasoning in expert systems*. Springer .
- Giordano, L., Gliozzi, V& ,.Pozzato, G. L. (2007). KLMLearn 2.0: a theorem prover for KLM logics of nonmonotonic reasoning. International Conference on Automated Reasoning with Analytic Tableaux and Related Methods ,
- Goble, L. (2004). Preference semantics for deontic logic partii–multiplex models. *Logique et Analyse*, 335-363 .
- Goble, L. (2013). Prima facie norms, normative conflicts, and dilemmas. *Handbook of Deontic Logic and Normative Systems*, 1, 241-351 .
- Governatori, G., Rotolo, A., Sartor, G., Gabbay, D., Horty, J., Parent ,X., van der Meyden, R., & van der Torre, L. (2021). *Logic and the law: philosophical foundations, deontics, and defeasible reasoning*. College Publications .
- Grossi, D., & Jones, A. (2013). Constitutive norms and counts-as conditionals. In *Handbook of Deontic Logic and Normative Systems* (pp. 407-441). College Publications, London .
- Grossi, D., Van Der Hoek, W., & Kuijer, L. B. (2022). Reasoning about general preference relations. *Artificial intelligence*, 313, 103793 .
- Hansson, B. (1968). Choice structures and preference relations. *Synthese*, 18(4), 443-458 .
- Hansson, B. (1969). An analysis of some deontic logics. *Nous*, 373-398 .
- Horty, J. F. (2002). Skepticism and floating conclusions. *Artificial intelligence*, 135(1-2), 55-72 .
- Horty, J. F., Thomason, R .H., & Touretzky, D. S. (1990). A skeptical theory of inheritance in nonmonotonic semantic networks. *Artificial intelligence*, 42(2-3), 311-348 .
- Kraus, S., Lehmann, D., & Magidor, M. (1990). Nonmonotonic reasoning, preferential models and cumulative logics .*Artificial intelligence*, 44(1-2), 167-207 .
- Lewis, D. (1973). Counterfactuals and comparative possibility. In *IFS: Conditionals, Belief, Decision, Chance and Time* (pp. 57-85). Springer .
- Makinson, D. (2005). How to go nonmonotonic. In *Handbook of Philosophical Logic* (pp. 175-278). Springer .
- McCarthy, J. (1986). Applications of circumscription to formalizing common-sense knowledge. *Artificial intelligence*, 28(1), 89-116 .
- Moore, R. C. (1985). Semantical considerations on nonmonotonic logic. *Artificial intelligence*, 25(1), 75-94 .

- Olivetti, N., & Pozzato, G. L. (2014). NESCOND: an implementation of nested sequent calculi for conditional logics. *Automated Reasoning: 7th International Joint Conference, IJCAR 2014, Held as Part of the Vienna Summer of Logic ,VSL 2014, Vienna, Austria, July 19-22, 2014. Proceedings 7* ,
- Parent, X. (2010). A complete axiom set for Hansson's deontic logic DSDL2. *Logic Journal of IGPL*, 18(3), 422-429 .
- Parent, X. (2011). Moral particularism in the light of deontic logic. *Artificial Intelligence and Law*, 19, 75-98 .
- Parent, X. (2014). Maximality vs. optimality in dyadic deontic logic. *Journal of Philosophical Logic*, 43, 1101-1128 .
- Parent, X. (2015). Completeness of Åqvist's systems E and F. *The Review of Symbolic Logic*, 8(1), 16 .177-4
- Parent, X. (2021). Preference semantics for Hansson-type dyadic deontic logic: a survey of results. *Handbook of Deontic Logic and Normative Systems*, 2, 7-70 .
- Reiter, R. (1980). A logic for default reasoning. *Artificial intelligence*, 13(1-2), 81-1 .32
- Shoham, Y. (1987). A semantical approach to nonmonotonic logics. In *Readings in nonmonotonic reasoning* (pp. 227-250) .
- Spohn, W. (1975). An analysis of Hansson's dyadic deontic logic. *Journal of Philosophical Logic*, 4, 237-252 .
- Stalnaker, R. C. (1968). A theory of conditionals. In *Ifs: Conditionals, belief, decision, chance and time* (pp. 41-55). Springer .
- Strasser, C., & Antonelli, G. A. (2001). Non-monotonic logic .
- Nabavi,F S , Kamkar,H , Ayatollahi,Z and Shahbazi,A . (2024). An axiomatization for different levels of Islamic legal justification, using nonclassical conditionals.. *Logical Studies*, 14(2), 203-225. doi: 10.30465/lmj.2024.47195.1453

بسم الله الرحمن الرحيم

مدل‌های رجحانی در منطق تکلیف و منطق غیریکنوا

فاطمه سادات نبوی*

چکیده:

گونه‌هایی از جملات شرطی که علاوه بر غیر استاندارد بودن، معمولاً ماهیت وجهی دارند در منطق‌های شرطی یا منطق‌های دو وجهی بررسی می‌شوند. دسته‌ی مهمی از ساختارهای معنایی برای این منطق‌ها، مدل‌های رجحانی می‌باشند. شرطی‌های تکلیفی و شرطی‌های فسخ‌پذیر، دو گونه از این شرطی‌های غیراستاندارد هستند، که مدل‌های رجحانی به‌عنوان ساختار معنایی آنها در نظر گرفته و بررسی شده‌اند. در این مقاله ضمن معرفی انواع مدل‌های رجحانی و اصول موضوع نظیر، ادبیات شکل گرفته حول آنها را در پیشینه منطق تکلیف و منطق غیریکنوا مختصراً مرور می‌کنیم و به مقایسه مدل‌های رجحانی به کار رفته برای این دو نوع شرطی، هم‌چنین توجیه و تحلیل اصول موضوع برای هریک از دو گونه شرطی غیرکلاسیک می‌پردازیم. در ادامه با بیان مثال‌هایی در هر دو پیش‌زمینه نشان می‌دهیم مدل‌های رجحانی کارایی لازم برای بیان استدلال درست در برخی از استدلال‌های تکلیفی و هم‌چنین در برخی از استدلال‌های غیریکنوا را ندارند و تعمیم‌هایی که برای این مدل‌ها در ادبیات منطق غیریکنوا وجود دارد را به عنوان گزینه‌هایی برای رفع این ناکارایی‌ها معرفی می‌کنیم.

کلیدواژه: منطق تکلیف، منطق غیریکنوا، مدل کرپسکی، منطق شرطی، ساختار رجحانی

1. مقدمه

به جملات شرطی در مثال‌های زیر توجه کنید.

- 1- اگر باران می‌بارید، هوا لطیف می‌شد.
- 2- اگر در قرار ملاقات با دوستت شرکت نمی‌کنی، باید به او خبر بدهی.

* استادیار گروه ریاضی دانشگاه قم، قم، ایران. (نویسنده مسئول)

09198511493 f.nabavi@qom.ac.ir

تاریخ دریافت 1403/10/08؛ تاریخ پذیرش: 1404/06/15

3- اگر باران ببارد معمولاً خورشید در آسمان نیست.

در جمله اول در حقیقت می‌خواهیم بگوییم که الان باران نمی‌بارد، اما اگر تمام شرایط مثل الان بود و فقط باران می‌بارید، هوا لطیف می‌شد. جمله دوم بیان‌کننده یک باید اخلاقی است، در صورتی که جمله شرط، یعنی «شرکت نکردن در قرار ملاقات» محقق شود، جمله سوم بیان‌کننده یک گزاره شرطی است که معمولاً برقرار است. یعنی در شرایط عادی از اینکه باران می‌بارد، نتیجه می‌گیریم خورشید در آسمان نیست. مگر آنکه استثنایی رخ دهد و خلاف آن ثابت شود.

وجه مشترک تمام این جملات به کار بردن نوعی از شرطی است که استلزام مادی نیست. یعنی در صدد توصیف اگر...، آنگاه...، در جهان واقع نمی‌باشد. هم‌چنین شرطی ضروری به معنای شرطی صادق در تمام جهان‌های ممکن قابل‌تصور نیز نمی‌باشد. بلکه به معنای شرطی صادق در برخی جهان‌های ممکن است که در حقیقت، به نوعی برای آن‌ها نسبت به جهان‌های ممکن دیگر، ترجیح قائل شده‌ایم. در مثال اول، می‌توانیم برای بررسی صدق جمله شرطی تمام حالات ممکن که شبیه جهان واقع هستند، اما در آن‌ها باران می‌بارد، را بررسی کنیم. اگر در تمام آن‌ها هوا لطیف بود، ادعا می‌کنیم این شرطی صادق است. یعنی اگر جهان‌های ممکن را به نسبت شباهتشان به جهان واقع درجه‌بندی کنیم، باید در بین جهان‌هایی که در آن باران می‌بارد، شبیه‌ترین جهان‌ها به جهان واقع را مد نظر قرار دهیم و صدق جمله «هوا لطیف است» را در آن‌ها بررسی کنیم.

یا در مثال دوم، می‌توانیم کل جهان‌های ممکن را به لحاظ میزان تحقق باید‌های اخلاقی در آن‌ها، رتبه‌بندی کنیم و این ادعا معادل می‌شود با این که، در بین جهان‌های ممکن که در آن‌ها در قرار ملاقات با دوست شرکت نمی‌کنی، در تمام بهترین‌ها به لحاظ تحقق اخلاق، به دوست اطلاع می‌دهی که در قرار شرکت نمی‌کنی.²

در مثال سوم، می‌توان تمام جهان‌های ممکن را بر حسب میزان معمولی‌بودن و عادی‌بودن آنها درجه‌بندی کرد و صدق جمله شرطی را اینگونه بررسی کرد: در بین جهان‌هایی که در آن‌ها گزاره «باران می‌بارد» صحیح است، در تمام معمولی‌ترین آن‌ها، خورشید در آسمان نیست. به عبارت دیگر، جهان‌هایی که در آن‌ها باران می‌بارد، اما خورشید در آسمان است، استثنایی تلقی می‌شوند.

ساختار معنایی‌ای که در تمام این مثال‌ها برای صوری‌سازی مفهوم شرط از آن استفاده کردیم، در حقیقت از مجموعه‌ای از جهان‌های ممکن و یک رابطه ترجیح روی آن‌ها تشکیل شده بود و در همه آن‌ها رابطه ترجیح به طور سرتاسری (global) تعریف شده بود. (منظور از تعریف سرتاسری رابطه ترجیح این است که این رابطه به اینکه در کدام جهان ممکن قرار داریم، بستگی ندارد و اگر جهان ممکن a از دید جهان ممکن w بر جهان b برتر است، از دید تمام جهان‌های ممکن دیگر هم a از b برتر است. در مثال اول برای اینکه رابطه ترجیح سرتاسری تعریف شود، لازم است جهان واقع را تثبیت کنیم.)

به چنین ساختارهایی ساختارهای رجحانی (Preference structures) می‌گوییم، که برای تعریف نوعی دیگر از گزاره شرطی به کار می‌روند. این نوع دیگر از شرطی‌ها در مثال اول «شرطی‌های خلاف

واقع (counterfactuals)، در مثال دوم «شرطی‌های تکلیفی» (برای بیان وجوب مشروط) (Conditional obligations) و در مثال سوم «شرطی‌های فسخ‌پذیر» می‌باشد. به لحاظ تاریخی، شرطی‌های خلاف واقع، در منطق شرطی (conditional logic) صورتی‌سازی شده‌اند (Lewis, 1968; Stalnaker, 1973). معنانشناسی ارائه‌شده توسط لوئیس (Lewis, 1973) برای این منطق، مدل‌های کرولی (Sphere Models) است که گونه‌ای از مدل‌های رجحانی (Preference Models) می‌باشد. صورتی‌سازی جملات شبیه به جمله دوم، به عبارت دیگر، صورتی‌سازی واجب‌های مشروط از چالش‌برانگیزترین موضوعات در حیطه منطق تکلیف (Deontic logic) بوده است، که یکی از رویکردهای مهم به آن منطق‌های تکلیف دوتایی هنسونی (Hanssonian dyadic deontic logics) بوده است، که براساس ساختارهای رجحانی ساخته شده‌اند (Hansson, 1968). صورتی‌سازی جملات شبیه به جمله سوم که اشاره به جملات شرطی‌ای دارد که معمولاً (و نه همیشه) برقرارند، موضوع منطق‌های غیریکنوا (Nonmonotonic logic) می‌باشد. که منطق رجحانی P (Preference logic) یکی از مهم‌ترین این منطق‌ها به شمار می‌آید (Kraus et al., 1990).

به طور کلی‌تر، منطق‌های شرطی یا منطق‌های وجهی دوتایی (Dyadic Modal Logic) منطق‌هایی فرا کلاسیک (شامل منطق گزاره‌ای کلاسیک) هستند که علاوه بر عملگر وجهی $\Box$ شامل یک عملگر دوتایی وجهی (با نماد $O(B/A)$ یا با نماد $A \Rightarrow B$) می‌باشد. به عبارت دیگر در این منطق‌ها علاوه بر استلزام مادی یک نوع دیگر از گزاره شرطی نیز وجود دارد که صدق این گزاره شرطی نه در تمام جهان‌های ممکن بلکه در زیرمجموعه انتخاب شده‌ای از جهان‌های ممکن بررسی می‌شود. به عبارت دیگر، برای تعریف صدق این عملگرهای وجهی دوتایی می‌توان به ازای هر گزاره A در هر جهان ممکن w ، تابع انتخاب $f(w, A)$ را به عنوان جهان‌های انتخاب شده برای تعیین صدق B به شرط A تعریف کرد. که در آن $A \Rightarrow B$ در w صادق است اگر B در هر جهان ممکن از مجموعه $f(w, A)$ صادق باشد (Chellas, 1980).

همان‌گونه که مدل‌های رابطه‌ای، دسته نرمال از منطق‌های وجهی را بازنمایی³ می‌کنند، که تعداد زیادی زیردسته مهم از آن‌ها با تعدادی از اصول موضوع منطق وجهی بازنمایی می‌شوند، مدل‌های رجحانی زیردسته‌ای از این ساختارهای معنایی کلی هستند که دسته مهمی از منطق‌های شرطی را بازنمایی می‌کنند. در این مدل‌ها جهان‌های ممکن را بر حسب ترجیحات خود مرتب می‌کنیم و برای بررسی صدق $A \Rightarrow B$ صدق B را در مرجح‌ترین جهان‌های ممکن که در آن‌ها A صادق است، بررسی می‌کنیم. به عبارت دیگر در این مدل‌ها وجود یک رابطه ترجیح روی جهان‌های ممکن فرض می‌شود و تابع f از بین جهان‌هایی که در آن‌ها A صادق است، بهترین‌های این رابطه ترتیب را انتخاب می‌کند. بدین ترتیب صدق $A \Rightarrow B$ به جهان واقع w بستگی ندارد و بر اساس رابطه ترجیح به شکل سرتاسری تعریف می‌شود.

در حقیقت صدق گزاره شرطی $A \Rightarrow B$ در این مدل‌ها منوط به صدق B در بهترین A -جهان‌های ممکن است. (یک A -جهان ممکن جهان ممکن است که A در آن صادق است). پیش‌زمینه ذهنی منطق‌دانانی که ابتدائاً این مدل‌ها را برای تبیین عملگرهای وجهی دوتایی پیشنهاد دادند این بود که این رابطه ترجیحیک ترتیب کامل است.

این گونه‌ی معنادهی به عملگرهای وجهی دوتایی براساس یک رابطه ترجیح روی جهان‌های ممکن، معنای فلسفی خوبی را در بسیاری از شاخه‌های منطق فلسفی‌بازنمایی می‌کند. مثلاً رابطه ترجیح روی جهان‌های ممکن بر اساس میزان تحقق باید‌ها (Hansson, 1969)، یا رابطه ترجیح روی استراتژی‌ها در نظریه تصمیم (Grossi et al., 2022) و یا رابطه ترجیح بر اساس شباهت به جهان واقع (Lewis, 1973). به جز این شاخه‌ها که در آن‌ها مدل‌های رجحانی، موافق شهود و با توجیه فلسفی مناسب به کار رفته‌اند، در برخی شاخه‌های دیگر منطق به دلایل تکنیکی و ارزش تدوینی این مدل‌ها، از آن‌ها استفاده شده است. مثلاً این مدل‌ها توسط AGM (الشرون، گردنفرث، مکینسون) برای تدوین مبانی بازنگری عقاید (belief revision) به کار رفته اند (Alchourrón et al., 1985). شاخه دیگری که بسیاری از قضایای تکنیکی مهم در این زمینه در آن ثابت شده است، منطق‌های غیریکنوا بوده است. این مدل‌ها توسط KLM (کراس، لمن، مگیدور) برای بازنمایی قواعد منطقی حاکم بر رابطه استنتاج غیریکنوا به کار گرفته شده‌اند (Alchourrón et al., 1985).

در کنار این شاخه‌ها که در آن‌ها مدل‌های رجحانی نقش مثبت و سازنده‌ای ایفا می‌کنند، شاخه‌های دیگر از منطق شرطی هستند که این مدل‌ها برای آن‌ها کارایی لازم را ندارند. به عنوان نمونه می‌توان از منطق‌های «شمرده می‌شود» و منطق‌های احتمالاتی نام برد. در حقیقت تعریف این دو نوع شرطی به‌طور جدی به عدم اعتبار اصل موضوع‌هایی وابسته است که در تمام مدل‌های رجحانی برقرار است. (در منطق‌های «شمرده می‌شود» (Count as) اصل تضعیف راست و در منطق‌های احتمالاتی اصل «و» معتبر نیستند) (Alchourrón et al., 1985). (مراجعه کنید به بخش 2).

آنچه در این مقاله تحلیل و بررسی می‌شود، مدل‌های رجحانی و اصول موضوع القا شده توسط این ساختارها می‌باشد و منظور از اشاره به حیطه‌های دیگر منطق شرطی، مهیا کردن چشم اندازی از تعمیم‌های بالقوه‌ای است که می‌توان از آن‌ها برای رفع برخی از ناکارآمدی‌های مدل‌های رجحانی استفاده کرد.

در بخش بعدی مقاله، ابتدا به معرفی مدل‌های رجحانی و خواص مهمی از آن‌ها که مورد توجه محققین بوده است، هم چنین اصول موضوع نظیر در زبان منطق شرطی می‌پردازیم. سپس در بخش سوم، به معرفی منطق‌های تکلیف رجحانی می‌پردازیم و برخی قضایای بازنمایی (representation theorems) در این حیطه را مرور می‌کنیم. سپس در بخش چهارم، به‌طور مختصر برخی سیستم‌های رجحانی غیریکنوا و ساختارهای معنایی دیگر که منطق مشابهی بر آن‌ها حاکم است، می‌پردازیم. در بخش پنجم ضمن مقایسه مختصر پیشینه مدل‌های رجحانی در منطق‌های غیریکنوا و منطق‌های تکلیف، جایگاه منطق‌های رجحانی را در بین منطق‌های

شرطی ترسیم می‌کنیم و مهم‌ترین اصول موضوع مطرح در منطق‌های رجحانی را در هریک این حیطه‌ها تحلیل و توجیه می‌کنیم. سپس در بخش ششم با مطرح کردن چند مثال نشان می‌دهیم مدل‌های رجحانی توانایی تبیین سازگار بایدها در برخی از شرایط را ندارند، اما برخی تعمیم‌های این مدل‌ها در پیشینه منطق‌های غیریکتوا این توانایی را دارند. در بخش هفتم به نتیجه‌گیری خواهیم پرداخت.

2. مدل‌های رجحانی: تعریف و خواص اصلی

در این بخش مدل‌های رجحانی را در حالت کلی تعریف می‌کنیم. زبان منطق‌های رجحانی در کنار ادات منطقی کلاسیک ($\neg$ فصل، $\rightarrow$ نقیض) شامل یک ادات شرطی دیگر که با نماد $(\Rightarrow)$ نمایش داده می‌شود، نیز می‌باشد.

تعریف 1-2: یک مدل رجحانی یک ساختار $M = (W, \geq, v)$ باشد. که در آن

- $W \neq \emptyset$ (مجموعه ناتهی از جهان‌های ممکن است)
 - $\geq \subseteq W \times W$: رابطه ترجیح بین جهان‌های ممکن است که این ترجیح می‌تواند به بهتر بودن، معمولی‌تر بودن و... تعبیر شود. (به عنوان نمونه $a \geq b$ در منطق تکلیفی رجحانی خوانده می‌شود جهان a لااقل به خوبی جهان b است).
 - $v: \mathbb{P} \rightarrow P(W)$ تابع ارزش است که همانند معمول به هر گزاره اتمی مجموعه صدق آن را نسبت می‌دهد. ($\mathbb{P}$: مجموعه گزاره‌های اتمی، $P(W)$: مجموعه توانی W)
- تعریف 2-2: (رابطه صدق $\models$)

فرض کنید $M = (W, \geq, v)$ یک مدل رجحانی و $a \in W$ یک جهان ممکن باشد، $M, a \models A$ (خوانده می‌شود گزاره A در جهان a از مدل M صادق است) به طور استقرایی به صورت زیر تعریف می‌شود:

- $M, a \models p$ (گزاره اتمی p) اگر و تنها اگر $a \in v(p)$
- $M, a \models \neg A$ اگر و فقط اگر $M, a \not\models A$
- $M, a \models A \vee B$ اگر و تنها اگر $M, a \models A$ یا $M, a \models B$
- $M, a \models A \Rightarrow B$ اگر و فقط اگر $best_{\geq}(\|A\|) \subseteq \|B\|$

که در آن $best_{\geq}(\|A\|^M)$ نمادی برای مجموعه مرجح‌ترین A -جهان‌ها در بین جهان‌های ممکن است. نکاتی چند در تکمیل تعریف $\models$:

- همانند معمول عمل گره‌های کلاسیک $\rightarrow$ و $\wedge$ بر حسب $\vee$ و $\neg$ تعریف می‌شوند.
- عملگرهای وجهی ضرورت $\Box$ و امکان $\Diamond$ را نیز می‌توان به زبان اضافه نمود و شرایط صدق آن‌ها را مانند آن‌چه در مدل‌های لایبنتزی منطق موجه S5 ارائه می‌شود، به شکل زیر تعریف کرد.

$$M, b \models A \forall b \in W \quad \text{اگر و فقط اگر} \quad M, a \models \Box A$$

$$M, b \models A \exists b \in W \quad \text{اگر و فقط اگر} \quad M, a \models \Diamond A$$

▪ $\|A\|^M$ مجموعه صدق A در M است که در حقیقت، مجموعه تمام جهان‌های ممکن در M است که در آن‌ها صادق است.

$$\|A\|^M = \{a \in W \mid M, a \models A\}$$

▪ نمایش قسمت اکید رابطه $\geq$ ، می‌باشد $a \geq b$ به معنی $a \geq b$ و $a \not\geq b$ می‌باشد. همانگونه که گفتیم، $best_{\geq}(\|A\|^M)$ به طور شهودی به معنی مرجح‌ترین جهان‌ها در بین مجموعه صدق A می‌باشد و در پیشینه منطق‌های رجحانی با دو رویکرد متفاوت زیر تعریف شده‌اند.

رویکرد بهینه بودن $(max-rule)^4$

$$best_{\geq}(\|A\|^M) = m$$

رویکرد بهتری نبودن $(opt-rule)^5$

$$best_{\geq}(\|A\|^M) = op$$

مثال زیر نشان می‌دهد که دو رویکرد بهتر بودن و بهینه بودن می‌تواند منجر به مجموعه‌های متفاوتی برای $best$ شوند.

مثال 1-2: $M = (W, \geq, v)$ و $W = \{a, b\}$

$$\begin{aligned} \geq &= \{(a, a), (b, b)\} \\ v(p) &= W \\ max_{\geq}(\|P\|^M) &= \{a, b\} \\ opt_{\geq}(\|P\|^M) &= \emptyset \end{aligned}$$

در حقیقت اگر رابطه $\geq$ کامل باشد، یعنی هر دو عضو تحت $\geq$ قابل مقایسه باشند، دو رویکرد برهم منطبق می‌شوند. در پیشینه منطق‌های غیریکنوا استفاده از رویکرد بهینه بودن ($max-rule$) غالب است. در حالی که در پیشینه منطق تکلیف هریک از دو رویکرد توسط محققین زیادی به کار رفته است.

خواص $\geq$

در ادامه چند خاصیت مهم رابطه $\geq$ که طبیعتاً بر اصول موضوع حاکم بر ادات $\Rightarrow$ تاثیرگذارند را بررسی می‌کنیم.

1- بازتابی (reflexivity) برای هر $a \in W$ $a \geq a$

2- تعدی یا تراگذری (transitivity) برای هر $a, b, c \in W$ از $a \geq b$ و $b \geq c$ می‌توان نتیجه گرفت $a \geq c$

3- کامل بودن (totality) برای هر $a, b \in W$ $a \geq b$ یا $b \geq a$

4- محدودیت (limitedness) اگر $\emptyset \neq \|A\|^M$ آنگاه $best_{\geq}(\|A\|^M) \neq \emptyset$.

این خاصیت در رویکرد بهتر بودن به معنی وجود عضو ماکسیم برای $\|A\|$ تحت رابطه $\geq$ می‌باشد و برای رویکرد بهینه بودن به معنی وجود عضو ماکسیمال برای $\|A\|$ می‌باشد. (ماکسیم به عضوی گویند که نسبت به رابطه $\geq$ از همه اعضا مرجح‌تر است، اما عضو ماکسیمال عضوی است که شاید بر همه اعضا ترجیح

نداشته باشد) و حتی اساسا با بعضی اعضا قابل مقایسه نباشد، اما هیچ عضو دیگری هم نیست که اکیدا بر آن ترجیح داشته باشد)

5- همواری (Smoothness) اگر $a \models A$ یا $a \in best_{\geq}(\|A\|)$ و یا $b > a, b \in best_{\geq}(\|A\|)$

یادداشت :

تعریف محدودیت توسط آکویست (Åqvist) ارائه شده (Parent, 2021) و عدم برقراری آن به معنی این است که گزاره A وجود دارد که مجموعه صدق ناتهی دارد، اما این مجموعه بهترین یا مرجح ترین عضو ندارد. همچنین عدم برقراری شرط همواری به ازای گزاره A بدین معنی است که مجموعه $\|A\|$ عضوی دارد که خودش جزو مرجح ترین اعضای $\|A\|$ نیست و هیچیک از مرجح ترین اعضای $\|A\|$ از آن عضو مرجح تر نیست. شرط همواری در مقاله KLM در پیشینه منطق های غیریکنوا ارائه شده است، خصوصیت سر راست و قابل توجیهی برای $\geq$ به شمار نمی آید. بلکه برای تضمین اصل (CM) (معرفی این اصل در بخش بعد صورت خواهد گرفت) که در منطق های غیریکنوا نقش مهمی دارد، در تعریف مدل های رجحانی آورده شده است.

اصول موضوع زیر در تمام مدل های رجحانی برقرارند:

$$\begin{array}{ll} A \Rightarrow (B \rightarrow C) \rightarrow (A \Rightarrow B) \rightarrow (A \Rightarrow C) & (CK) \\ \Box (A \leftrightarrow B) \rightarrow (A \Rightarrow C) \leftrightarrow (B \Rightarrow C) & (Ext) \\ (A \wedge B \Rightarrow C) \rightarrow (A \Rightarrow B \rightarrow C) & (Sh) \\ (A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow C) \rightarrow (A \Rightarrow B \wedge C) & (And) \\ (A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C) \rightarrow (A \vee B \Rightarrow C) & (Or) \end{array}$$

همچنین قواعد زیر در تمام این مدل ها برقرارند:

$$\begin{array}{ll} \vdash (MP) & \\ \vdash \Box A \text{ نتیجه } A & (Nec) \\ \vdash (A \Rightarrow C) \leftrightarrow (B \Rightarrow C) \text{ نتیجه } A \leftrightarrow B & (LLE) \\ \vdash (A \Rightarrow B) \rightarrow (A \Rightarrow C) \text{ نتیجه } B \rightarrow C & (RW) \end{array}$$

اصول موضوع نظیر خاصیت هایی که برای رابطه ترتیب ذکر شد در بخش بعد، به همراه قضایای صحت و تمامیت نظیر به نقل از پیشینه منطق تکلیف معرفی خواهند شد.

3. منطق های رجحانی تکلیفی

3.1. تاریخچه

ساختارهای رجحانی برای اولین بار در پیشینه منطق تکلیف توسط هنسون برای حل پارادوکس تخلف از وظیفه، معرفی شدند. مساله این بود که در منطق استاندارد تکلیف که در آن عملگر تکلیفی 0 در حقیقت یک عملگر وجهی است، امکان بیان سازگار بایدهای به شرط تخلف از وظیفه وجود نداشت. زیرا در مدل های کریپکی، جهان های ممکن، به جهان های ممکن در دسترس، که همان جهان های ایده آل اخلاقی می باشند، و

جهان‌های ممکن که در دسترس نیستند، تقسیم می‌شدند و با ارتکاب یک تخلف از حوزه جهان‌های ایده‌آل اخلاقی که محل تعریف بایدهای اخلاقی بود، خارج می‌شدیم. برای فائق آمدن بر این مشکل هنسون پیشنهاد داد که به جای این تقسیم بندی، جهان‌های ممکن را بر اساس میزان تحقق بایدهای اخلاقی رده‌بندی کنیم. به عبارت دیگر ساختار معنایی خود را به گونه‌ای تعریف کنیم که بتوانیم بین جهان‌های زیرایده‌آل که در آن‌ها علی‌رغم وجود تخلف، برخی بایدهای اخلاقی رعایت شده‌اند و جهان‌هایی که در آن‌ها بایدهای اخلاقی کمتری رعایت شده‌اند، تمایز قائل شویم.

بدین ترتیب اولین منطق‌های رجحانی تکلیفی $DSDL_1$ ، $DSDL_2$ و $DSDL_3$ را با استفاده از ساختارهای رجحانی معرفی کرد (Hansson, 1968)، که هرچند برخی اصول موضوع معتبر در آن‌ها را نیز بررسی کرده بود، اما کار تدوین یک سیستم اصل موضوعی برای آن‌ها و اثبات قضایای صحت و تمامیت نظیر را انجام نداده بود. این کار برای منطق $DSDL_3$ توسط اسپون (Spohn, 1975) صورت گرفت. بعدها آکوئیست با بازتعریف آن‌ها در منطق‌های E ، F و G حدس‌هایی نیز برای قضایای صحت و تمامیت بقیه این منطق‌ها ارائه کرد (Åqvist, 2002)، که ما در (Ardeshir & Nabavi, 2006) برخی از آن‌ها را اثبات و برخی را با مثال نقض رد کردیم.

تفاوت سیستم‌های آکوئیست با سیستم‌های هنسون در این بود که در سیستم‌های آکوئیست عملگرهای وجهی ضرورت و امکان ($\Box$ و $\Diamond$) در زبان حضور داشتند و تمام عملگرهای تکلیفی به صورت سرتاسری و مشترک بین تمام جهان‌های ممکن تعریف می‌شد.

پس از آن پرنس (Parent) در سلسله مقالاتی، ((Parent, 2010)، (Parent, 2014)، (Parent, 2015) و ...))، با تفکیک بر اساس رویکرد بهتر بودن و بهینه بودن، اصل موضوع بندی صحیح و کاملی برای این منطق‌ها ارائه داد، که در ادامه با معرفی سیستم‌های E ، F ، G و $F + (CM)$ برخی نتایج در مورد قضایای صحت و تمامیت آن‌ها را به نقل از (Parent, 2021) در جدول‌هایی بیان می‌کنیم.

3.2. منطق‌های با عملگرهای دو وجهی تکلیفی

همان‌گونه که گفتیم، در این بخش منطق‌های E ، F و G که بازتعریف منطق‌های $DSDL_1$ ، $DSDL_2$ و $DSDL_3$ هنسون می‌باشد، هم‌چنین منطق $F + (CM)$ که توسط گبل معرفی شده است (Goble, 2004)، بیان می‌شوند. نماد به کار رفته برای شرطی تکلیفی در ادبیات منطق‌های تکلیف $O(B/A)$ برای $A \Rightarrow B$ می‌باشد که در آن دوگان عملگر وجهی به شکل $P(B/A) = \neg O(\neg B/A)$ تعریف می‌شود.

$O(B/A)$ را «اگر آنگاه باید B » و $P(B/A)$ را «اگر آنگاه مجازست که B » می‌خوانیم. هم‌چنین گزاره تکلیفی ساده (غیرشرطی) در این منطق‌ها به شکل $O(B/T)$ نشان داده می‌شود. به عبارت دیگر، داریم

$$OA := O(A/T) \quad (OA: \text{باید } A)$$

سیستم E :

(PL) اصول موضوع منطق کلاسیک

(S5) اصول موضوعه S5 برای □

(C)

(C)

(C)

(C)

(C)

(C)

(C) اگر $A \vdash A \rightarrow B$ آنگاه $B \vdash$

(C) اگر $A \vdash$ آنگاه $\Box A \vdash$

* برای تحلیل مختصر در مورد این اصول به بخش 5 مراجعه کنید.

سیستم F با اضافه کردن اصل (D^+) به E بدست می آید.

(C)

این اصل در حقیقت نسخه ای از اصل D در منطق موجهات است، که مشخص کننده منطق تکلیف و اصل «باید مستلزم توانستن است» (Ought implies can)، منصوب به کانت، می باشد (Alchourrón et al., 1985).

(C)

سیستم $F + (CM)$ با اضافه کردن اصل (CM) به F بدست می آید.

(C)

این اصل که نسخه نسبتاً ضعیفی از یکنوایی می باشد و از پیشینه منطق های غیر یکنوا نشأت گرفته است، یکنوایی محتاطانه (Cautious Monotony) نام دارد و در بسیاری از منطق های غیر یکنوا برقرار است.

سیستم G با اضافه کردن اصل اسپون (SP) به E بدست می آید.

(P)

اصل موضوع مهم دیگر، ترجمه اصل یکنوایی معقول (RM) از پیشینه منطق های یکنوا به زبان منطق تکلیف است.

(P)

در جدول زیر برخی نتایج بدست آمده در مورد قضایای صحت و تمامیت این سیستم ها بیان شده است.

به عنوان نمونه سطر دوم این جدول بیان می کند که تحت رویکرد بهینه بودن سیستم E نسبت به تمام مدل های رجحانی بازتابی صحیح و کامل است.

Opt-rule	Max-rule	خصوصیات $\geq$
E	E	بازتابی
?	E	تراگذاری
E	E	کامل بودن
?	E	تراگذاری و بازتابی
F	F	محدودیت و بازتابی
F	F	محدودیت و کامل بودن
$F+(CM)$	$F+(CM)$	همواری، بازتابی
$F+(CM)$	$F+(CM)$	همواری و کامل بودن
G	$F+(CM)$	همواری، بازتابی، تراگذاری
G	G	همواری، کامل بودن و تراگذاری
G	F	تراگذاری، محدودیت
G	F	تراگذاری، بازتابی، محدودیت

همان گونه که مشاهده می شود، خاصیت تراگذاری باعث ایجاد تفاوت های جدی در دو رویکرد می شود و خاصیت کامل بودن این تفاوت را به طور کامل از بین می برد.

در حقیقت تحت رویکرد (opt-rule) خاصیت تراگذاری منجر به اصل (Sp) که مشخص کننده G بود، می شود. همچنین می توان ثابت کرد نسخه زیر از اصل موضوع ($\gg$) نیز در تمام مدل های تراگذاری تحت رویکرد بهتر بودن برقرار است.

P (

$P(A/A \vee B)$ برای تعریف یک ترتیب روی گزاره ها به کار رفته است $P(A/A \vee B) \equiv A \geq B$ (که در حقیقت اصل موضوع ($\gg$) به معنی متعدی بودن این ترتیب است. دو علامت سوالی که در این جدول به نقل از (Parent, 2021) آورده شده است، توسط نویسنده در مقاله ای که فرستاده شده است با این دو اصل یعنی ($\gg$) و (Sp) جایگزین شده است. تعریف دیگری نیز، برای این مفهوم در ادبیات منطقی های رجحانی وجود دارد: $O(A/A \vee B) \equiv A \geq B$. که به طور شهودی تری مفهوم ترجیح را بازنمایی می کند. اما به دلایل فنی که در این نوشتار مجالی برای طرح آن ها نیست، به ویژه در مدل هایی که اصل محدودیت برقرار نیست، تعریف $P(A/A \vee B) \equiv A \geq B$ جایگزین می شود. در بخش آخر برای نمادین سازی مفهوم ترجیح یک گزاره

بر گزاره دیگر از تعریف شهودی تر $O(A/A \vee B) \equiv A \geq B$ استفاده کرده‌ایم، لازم به ذکر است این تعاریف در زبان منطق شرطی به شکل $A \vee B \Rightarrow A$ و $\neg(A \vee B) \Rightarrow \neg A$ در می‌آیند. در این بخش چشم‌اندازی از مطالب مطرح شده در پیشینه منطق‌های رجحانی تکلیف ارائه دادیم. در بخش بعد به دنبال ارائه چشم‌اندازی از ادبیات منطق‌های رجحانی غیریکنوا خواهیم بود.

4. منطق‌های رجحانی غیریکنوا

4.1. تاریخچه

منطق‌های غیریکنوا با هدف صوری‌سازی آن دسته از استدلال‌ات عرفی که در شرایط اطلاعات ناقص و با پیش‌فرض‌ها انجام می‌شوند، ایجاد شدند. از آنجا که با اضافه شدن اطلاعات مجبور به بازنگری برخی نتایج قبلی هستیم، به عبارت دیگر با بزرگ شدن مجموعه فرضیات مجموعه نتایج لزوماً بزرگتر نمی‌شود، و ممکن است برخی نتایج قبلی دیگر معتبر نباشند، به این منطق‌ها، منطق‌های غیریکنوا می‌گویند. اولین منطق‌های غیریکنوا، منطق پیش‌فرض (Default Logic) (Reiter, 1980)، منطق محدودسازی (Circumscription) (McCarthy, 1986) و منطق خوددانی (Autoepistemic Logic) (Moore, 1985) بودند، که همگی ماهیتی الگوریتمی و معناشناسانه داشتند.⁶ گبای (Gabbay) در (Gabbay, 1985) این پیشنهاد را مطرح کرد که منطق‌های غیریکنوا، نه از روی ساختارهای معنایی، بلکه همانند رویکرد تارسکی (Tarski) برای منطق کلاسیک از روی خصوصیات رابطه استنتاجی (consequence relation) که ایجاد می‌کنند، بررسی شوند.

به عبارت دیگر اگر یک منطق را به مثابه یک جعبه سیاه ببینیم که اگر مجموعه‌ای از گزاره‌ها را به عنوان ورودی به آنها بدهیم، نتایج آنها را به صورت خروجی به ما می‌دهد، وجه مشترک تمام منطق‌های غیریکنوا، غیریکنوا بودن این رابطه استنتاج است. بدین معنا که اگر مجموعه ورودی بزرگتر شود، مجموعه نتایج بزرگتر نمی‌شود. چون ممکن است با اضافه شدن برخی از فروض، دیگر نتایج قبلی برقرار نباشند. اما به‌جز این خصوصیت منفی (یکنوا نبودن) توقع داریم چه خصوصیات مثبتی بر این روابط استنتاج حاکم باشد؟ و از چه اصول موضوع احتمالی پیروی کنند؟

اصول موضوع پیش‌نهادهی خود او علاوه بر —————
(Cut) و بازتابی (reflexivity) یک نسخه ضعیف‌تر از یکنوایی به نام یکنوایی محتاطانه بود (Gabbay, 1985). که تعاریف آنها در ادامه این بخش خواهد آمد. در راستای دنبال کردن این ایده، این سه اصل موضوع و بسیاری از اصول موضوع دیگری که بر رابطه استنتاج منطق کلاسیک حاکمند، در مقاله بسیار تاثیرگذار (Kraus et al., 1990) که معروف به مقاله KLM است و ما در نقاط مختلف این مقاله به آن اشاره کرده‌ایم، به تفصیل بررسی شدند و رابطه بین آنها با کمک ساختارهای معنایی تجمعی (Cumulative Models) دسته‌بندی شده‌اند. بدین ترتیب قضایای بازنمایی برای این منطق به عنوان حد پایین و منطق کلاسیک به عنوان حد بالا و سه منطق بین این منطق‌ها بدست آمده‌است.

یکی از این منطق‌های میانی منطق رجحانی P بود که از اضافه کردن اصل موضوع (Or) به اصول موضوع گبای، بدست می‌آمد و معناشناسی نظیر آن گونه‌ای از مدل‌های رجحانی بود.⁷ این دستگاه اصل موضوعی به زودی به یک دستگاه اصل موضوعی مورد توجه در منطق‌های غیریکنوا تبدیل شد و معناشناسی‌های متعددی برای آن ارائه شد که در ادامه به برخی از آن‌ها اشاره خواهیم کرد.

بخش مهم دیگری که در پیشینه منطق‌های رجحانی غیریکنوا به آن پرداخته شده است، اصل (RM) یا یکنوایی معقول است که از اصل یکنوایی محتاطانه (CM) اکیداً قوی‌تر اما از یکنوایی اکیداً ضعیف‌تر است.

پس از آن با کشف این واقعیت که تمام این ساختارها، از جمله ساختارهای رجحانی، حالت خاص از مدل‌های باورپذیری ($Plausibility$) می‌باشند، معمای یکی بودن منطق حاکم بر تمام این ساختارها حل شد (Friedman & Halpern, 1998). با این دستاورد مشخص شد که در حقیقت مدل‌های رجحانی که خصوصیت همواری را داشتند (متناظر اصل (CM)) هم از طریق مدل‌های تجمعی قابل تعمیم هستند و هم از طریق مدل‌های باورپذیری.

مبحث دیگری که بسیار مورد توجه محققین این حیطه بوده است، تعمیم مدل‌های رجحانی از حالت گزاره‌ای به مرتبه اول بوده است (Delgrande, 1998; Friedman et al., 2000).

در ادامه با ذکر یک مثال به اهمیت منطق‌های رجحانی در استدلال غیریکنوا می‌پردازیم. در عرف جوامع بشری بسیاری از قاعده‌ها ابتدا به شکل کلی بیان می‌شوند و سپس مواردی به شکل استثنا از قاعده کلی خارج می‌شوند. مثال معروف در ادبیات منطق‌های غیریکنوا مثال تویییتی نام دارد:

- پرندگان معمولاً پرواز می‌کنند.
- پنگوئن‌ها پرنده هستند.
- پنگوئن‌ها پرواز نمی‌کنند.

با داشتن این پیش فرض‌ها اگر بدانیم تویییتی پرنده است نتیجه می‌گیریم تویییتی پرواز می‌کند اما اگر علاوه بر آن بفهمیم تویییتی پنگوئن است نتیجه می‌گیریم تویییتی پرواز نمی‌کند.

در حقیقت ذهن ما به طور خودکار متوجه می‌شود که پنگوئن‌ها استثنای قاعده «پرندگان معمولاً پرواز می‌کنند» می‌باشد و در نتیجه بدون هیچ تعارضی حکم تویییتی پرواز نمی‌کند را استنتاج می‌کند. منطق پیش فرض ($Default Logic$) که منطقی بسیار کارآمد در استدلال غیریکنواست بین دو نتیجه متناقض «تویییتی پرواز می‌کند» (چون پرنده است) و «تویییتی پرواز نمی‌کند» (چون پنگوئن است) قادر به انتخاب استنتاج دوم بین این دو حکم متعارض نیست مگر از نسخه‌های پیشرفته‌تر آن که شامل یک رابطه ارجحیت روی قواعد پیش فرض است، استفاده کنیم. (در اینجا باید «پنگوئن‌ها پرواز نمی‌کنند» را به «پرندگان پرواز می‌کنند» ترجیح دهیم) و در آن صورت هم باید خودمان این ترجیح را در مدل اضافه کنیم. اما منطق‌های رجحانی قادرند به طور خودکار از این داده‌ها «تویییتی پرواز نمی‌کند» را استنتاج کنند (و نه «تویییتی پرواز می‌کند» را).

از آنجاییکه استدلال با استثنائات یکی از پرکاربردترین موارد استفاده از استنتاج غیر یکنواست، توانایی استدلال درست با استثنائات (بدون دخالت فرد ماهر) یکی از مزایای منطق‌های رجحانی در استدلال غیر یکنوا شمرده می‌شود.

در زیر بخش بعد منطق P معرفی می‌شود و ساختارهای رجحانی نظیر آن همچنین ساختارهای معنایی بدیل برای این منطق مختصراً معرفی می‌شوند.

2.4 منطق رجحانی غیر یکنوا

همان گونه که اشاره شد در مقاله (Kraus et al., 1990) منطق رجحانی P برای تبیین هسته منطقی مشترک بین منطق‌های غیر یکنوا معرفی شد. (اصول موضوع بر روی رابطه استنتاج غیر یکنوا $\sim^8$ اعمال می‌شدند). در حقیقت این رابطه استنتاج در فرازبان قرار داشت و با ادات منطقی دیگر به شکل تودرتو استفاده نمی‌شد. در نتیجه اصول موضوع به شکل قوانین استنتاج معرفی می‌شدند. اما در نسخه‌های بعدی این رابطه استنتاج به یک رابطه شرطی نوع دیگر درون زبان منطق وارد شد و با کمک عملگرهای وجهی $\square$ و $\circ$ ، منطق شرطی نظیر آن ساخته شد. به همین دلیل در حال حاضر در ادبیات منطق‌های غیر یکنوا از رویکردی که در آن از مدل‌های رجحانی استفاده می‌شود، به رویکرد منطق شرطی به منطق‌های غیر یکنوا یاد می‌شود. از این رو در این زیر بخش، منطق P را در شکل ابتدایی خود معرفی می‌کنیم و سپس در زیر بخش بعدی ترجمه آن به زبان منطق شرطی را بیان خواهیم کرد.

منطق رجحانی KLM

منطق P شامل گزاره‌های منطق کلاسیک به همراه رابطه استنتاج فسخ‌پذیر است. یعنی به ازای دو β ، در زبان منطق گزاره‌ای کلاسیک $\beta \sim \alpha$ نیز در این زبان قرار دارد، که خوانده می‌شود اگر α معمولاً β است. قوانین زیر برای رابطه استنتاج $\sim$ برقرار است (رابطه استنتاج کلاسیک است).

1- بازتابی $\alpha \sim \beta$ (Ref)

2- معادل منطقی چپ $\frac{\vdash \alpha \leftrightarrow \beta, \alpha \sim \gamma}{\beta \sim \gamma}$ (LLE)

3- تضعیف راست $\frac{\vdash \alpha \rightarrow \beta, \gamma \sim \alpha}{\gamma \sim \beta}$ (RW)

4- برش $\frac{\alpha \wedge \beta \sim \gamma, \alpha \sim \beta}{\alpha \sim \gamma}$ (Cut)

5- یکنوایی محتاطانه $\frac{\alpha \sim \beta, \alpha \sim \gamma}{\alpha \wedge \beta \sim \gamma}$ (CM)

6- یا $\frac{\alpha \sim \gamma, \beta \sim \gamma}{\alpha \vee \beta \sim \gamma}$ (Or)

در حضور (CM) قاعده برش معادل قاعده زیر است.

قاعده و $\frac{\alpha \sim \beta, \alpha \sim \gamma}{\alpha \sim \beta \wedge \gamma}$ (And)

به همین دلیل معمولاً در اصل موضوع‌بندی P از این قاعده، به جای قاعده برش که منجر به پیچیده شدن محاسبات می‌شود، استفاده می‌شود.

به ازای هر α و β ، به $\gamma \sim \alpha$ یک ادعای شرطی گفته می‌شود.

همانگونه که در ابتدای این بخش ذکر شد، منطق رجحانی به عنوان یک دستگاه منطقی برای استنتاج غیریکنوا ارائه شد و در این پیش زمینه معناشناسی‌های بدیل متعددی ارائه شدند که نسبت به همین دستگاه منطقی صحیح و کامل بودند.

4.3. معناشناسی‌های بدیل برای P

همانگونه که قبلاً اشاره شد، مدل‌های رجحانی تداعی کننده یک شهود خوب برای استنتاج غیر یکنوا نبودند و هرچند رابطه ترجیح در آن‌ها به میزان نسبی معمولی بودن تعبیر می‌شد، اما به تاکید نویسندگان مقاله KLM این مدل‌ها بیشتر به دلایل فنی و به منظور دسته‌بندی منطق‌های غیریکنوا (بین منطق پایه غیریکنوا (اصول موضوع‌گبای) و منطق کلاسیک مورد توجه قرار گرفته بودند. از این رو در ادبیات منطق‌های غیریکنوا، برای دستگاه اصل موضوعی KLM ساختارهای معنایی دیگری ارائه شدند که بر شهود ما از استدلال غیریکنوا انطباق بیشتری داشت. در جدول زیر به برخی از این معناشناسی‌ها اشاره خواهیم کرد. (Strasser & Antonelli, 2001)

مدل‌ها	اگر و تنها اگر $A \sim B$	
مدل‌های امکان‌پذیری	π	اندازه امکان‌پذیری
	π	
مدل‌های ترتیب‌دهی اردینالی	κ	تابع ترتیب‌دهی اردینالی
	κ	k
مدل‌های باورپذیری	P	اندازه باورپذیری
	P	P

با تعاریف جدول بالا گزاره‌های زیر معادلند: (فرض می‌کنیم K مجموعه‌ای از ادعاهای شرطی باشد.)

- $K \sim \psi$
- $M \models \psi$ (برای هر مدل رجحانی M برای K)
- $M \models \psi$ (برای هر مدل امکان‌پذیری M برای K)
- $M \models \psi$ (برای هر مدل ترتیب‌دهی اردینالی M برای K)
- $M \models \psi$ (برای هر مدل باورپذیری کیفی M برای K)

مدل‌های باورپذیری کیفی در بخش 5.4 معرفی خواهند شد.

4.4. غنی سازی زبان و تبیین KLM در زبان منطق شرطی

همان گونه که اشاره کردیم منطق های رجحانی غیریکنوا ابتدائاً برای تبیین یک رابطه استنتاج غیر یکنوا تاسیس شدند. اما در رویکردهای بعدی این رابطه استنتاج تبدیل به شرطی نوع دیگر شد و از فرازبان به داخل زبان آمد هم چنین از آن جا که رابطه استنتاج به شکل سرتاسری تعریف می شد، به عملگر وجهی $\square$ نیز نیاز بود. مزیت این منطق جدید قدرت بیان بالاتر آن بود مثلاً علاوه بر توان تبیین «به طور معمول استنتاج می شود...» می توانست «به طور معمول استنتاج نمی شود...» را نیز بیان کند. همچنین ترکیب استدلال غیر یکنوا و گزاره های معمولی و استفاده تو در تو استدلال غیریکنوا نیز میسر می شد. نمونه اصل موضوع بندی منطق رجحانی KLM در زبان منطق شرطی به شکل زیر است.

$$\begin{array}{ll}
 A \Rightarrow A & (Ref) \\
 (A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow C) \rightarrow (A \Rightarrow B \wedge C) & (And) \\
 (A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C) \rightarrow (A \vee B) \Rightarrow C & (Or) \\
 (A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow C) \rightarrow (A \wedge B \Rightarrow C) & (CM) \\
 \vdash (A \Rightarrow C) \leftrightarrow (B \Rightarrow C) \text{ نتیجه دهمی} \vdash A \leftrightarrow B & (LLE) \\
 \vdash (A \Rightarrow B) \rightarrow (A \Rightarrow C) \text{ نتیجه دهمی} \vdash B \rightarrow C & (RW)
 \end{array}$$

4.5. تعمیم مدل های رجحانی در پیشینه منطق های غیریکنوا

در ادامه به دو دسته از تعمیم های منطق های رجحانی که دستاورد ادبیات منطق های غیریکنوا به حساب می آیند، اشاره می کنیم. برای برخی از مباحث بخش 5، آشنایی با این تعمیم ها مورد نیاز خواهد بود.

مدل های تجمعی KLM

همان گونه که ذکر شد در منطق KLM منطق رجحانی با اضافه کردن اصل موضوع (Or) به منطق تجمعی حاصل می شد. به عبارت دیگر منطق تجمعی با قواعد زیر تعریف می شود:

$$\begin{array}{ll}
 1- \text{بازتابی} & \alpha \mid \sim \alpha (Ref) \\
 2- \text{معادل منطقی چپ} & (LLE) \quad \frac{\vdash \alpha \leftrightarrow \beta, \alpha \mid \sim \gamma}{\beta \mid \sim \gamma} \\
 3- \text{تضعیف راست} & (RW) \quad \frac{\vdash \alpha \rightarrow \beta, \gamma \mid \sim \alpha}{\gamma \mid \sim \beta} \\
 4- \text{برش} & (Cut) \quad \frac{\alpha \wedge \beta \mid \sim \gamma, \alpha \mid \sim \beta}{\alpha \mid \sim \gamma} \\
 5- \text{یکنوایی محتاطانه} & (CM) \quad \frac{\alpha \mid \sim \beta, \alpha \mid \sim \gamma}{\alpha \wedge \beta \mid \sim \gamma}
 \end{array}$$

معناشناسی نظیر منطق های تجمعی که در این مقاله ثابت شده بود که نسبت به این منطق صحیح و کامل است مدل های تجمعی نام دارد. تعریف رسمی این مدل ها را می توان در (Kraus et al., 1990) مشاهده کرد. به طور غیر رسمی، مدل های تجمعی همانند مدل های رجحانی تعریف می شوند با این تفاوت که در مدل های رجحانی هر وضعیت متناظر با یک جهان ممکن است. اما در مدل های تجمعی هر وضعیت متناظر با مجموعه ای از

جهان‌های ممکن است که وضعیت معرفتی فرد را مشخص می‌کند. به عبارت دیگر تمام جهان‌های ممکن که فرد بین آنها مردد است، مجموعاً با هم این وضعیت را می‌سازند و رابطه ترجیح روی وضعیت‌ها تعریف می‌شود.

در سنت قدیم منطق موجهات مرسوم بود که هر جهان ممکن متناظر با یک تابع ارزش‌دهی به گزاره‌های اتمی در نظر گرفته شود. نکته‌ای که در اینجا ذکر آن خالی از لطف نیست، این است که با این تعریف از جهان‌های ممکن، حتی در مدل‌های رجحانی وضعیت‌ها متناظر با جهان‌های ممکن نیستند. به عبارت دیگر ممکن است نسخه‌های متعددی از یک جهان ممکن در یک مدل رجحانی وجود داشته باشند که جایگاه آن‌ها در رابطه ترجیح لزوماً با هم یکسان نباشند. این تفاوت در تعریف جهان‌های ممکن به طور جدی در پیشینه منطق غیریکنوا مورد توجه بوده است و ادبیات قابل توجهی حول آن شکل گرفته است. (Makinson, 2005)

مدل‌های باورپذیری

دسته‌ای از مدل‌ها که به عنوان معناشناسی بدیل ساختارهای رجحانی معرفی کردیم، مدل‌های باورپذیری کیفی (qualitative plausibility models) بودند.

اندازه باورپذیری تعمیمی از اندازه احتمال بود که در آن به هر مجموعه در فضای احتمال یک عدد بین 0 و 1 به عنوان احتمال وقوع آن مجموعه نسبت داده می‌شد. در منطق‌های احتمالاتی $A \Rightarrow B$ برقرار است اگر و تنها اگر $P(A \wedge B) \geq P(A \wedge \neg B)$ یعنی اگر احتمال وقوع $A \wedge B$ از احتمال وقوع $A \wedge \neg B$ بیشتر باشد. در مدل‌های باورپذیری به جای بازه $[0,1]$ یک مجموعه جزئاً مرتب دلخواه D قرار می‌گرفت و اندازه باورپذیری (plausibility measure) به هر زیرمجموعه از مجموعه جهان‌های ممکن، یکی از اعضای D را نسبت می‌داد. بدین ترتیب قادر می‌شدیم زیرمجموعه‌ها را برحسب اندازه باورپذیری آن‌ها مقایسه کنیم. به صورت دقیق تر:

اگر $S = (W, F, Pl)$ یک فضای باورپذیری (plausibility space) (شبه به فضای احتمال) روی W باشد که در آن F خانواده‌ای از زیر مجموعه‌های W است که تحت اجتماع و متمم‌گیری بسته است. و تابع Pl به هر عضو F عضوی از D را نسبت می‌دهد ($Pl: F \rightarrow D$)، که در آن $(D, \geq)$ یک مجموعه مرتب جزئی دلخواه، شامل عنصر ماکسیمم T و عنصر مینیمم $\perp$ می‌باشد و Pl در شرط زیر صدق می‌کند:

$$A1: \text{از } A \subseteq B \text{ می‌توان نتیجه گرفت } Pl(A) \leq Pl(B)$$

اگر با تابع v به هر جهان از W یک ارزش‌دهی برای گزاره‌های اتمی نسبت دهیم می‌توان تابع صدق را برای $\neg$ و $\square$ را در هر جهان ممکن مثل همیشه تعریف کرد. هم‌چنین صدق عملگر شرطی $\Rightarrow$ به صورت زیر به طور سرتاسری تعریف می‌شود:

$$S \models A \Rightarrow B \text{ اگر و تنها اگر } S \models A \Rightarrow B$$

می‌توان نشان داد با این تعریف اصول موضوع (LLE) و (RW) و (Ref) در تمام مدل‌های باورپذیری برقرارند. به منطق شرطی‌ای که با این سه اصل تعریف می‌شود منطق باورپذیری (یا نماد P') می‌گوییم. به طور رسمی منطق باورپذیری P' با قواعد زیر تعریف می‌شود:

- 1- بازتابی $\alpha \sim \alpha(Ref)$
- 2- معادل منطقی چپ $(LLE) \frac{\vdash \alpha \leftrightarrow \beta, \alpha \sim \gamma}{\beta \sim \gamma}$
- 3- تضعیف راست $(RW) \frac{\vdash \alpha \rightarrow \beta, \gamma \sim \alpha}{\gamma \sim \beta}$

که این قواعد در تمام مدل‌های باورپذیری صحیحند (Friedman & Halpern, 1998).

مدل باورپذیری کیفی مدلی است که در شرایط زیر صدق می‌کند:

A2: اگر A و B و C سه مجموعه دو به دو مجزا باشند، از $Pl(A \cup B) \geq Pl(C)$ و $Pl(A \cup C) \geq Pl(B)$

می‌توان نتیجه گرفت $Pl(A) \geq Pl(B \cup C)$

A3: $Pl(A) = \perp \& Pl(B) = \perp \rightarrow Pl(A \cup B) = \perp$

در این مدل‌ها A2 تضمین می‌کند که اصول موضوع (CM) و (And) برقرار باشند. هم‌چنین A2 و A3 باهم تضمین می‌کنند که اصل موضوع (Or) برقرار باشد. (Friedman & Halpern, 1998)

در این بخش دیدیم که در پیشینه منطق‌های غیریکنوا معناشناسی‌های بدیل و تعمیم‌های متعددی برای مدل‌های رجحانی ارائه شده است. در بخش‌های بعد، آن‌ها را مورد توجه قرار خواهیم داد.

5. مقایسه منطق‌های رجحانی غیر یکنوا و منطق‌های رجحانی تکلیفی

در مواجهه با مدل‌های رجحانی سوالی که به طور طبیعی حین مرور پیشینه مدل‌های رجحانی در منطق غیریکنوا، با عناوین **منطق رجحانی** و یا **رویکرد منطق شرطی به استدلال غیریکنوا** و منطق تکلیف با عناوین **منطق‌های تکلیف رجحان-محور**، **منطق‌های تکلیف هنسونی** و **منطق‌های دو وجهی تکلیف مطرح می‌شود**، با توجه به زبان و شیوه بیان متفاوت در این دو زمینه، این است که این منطق‌ها چه نسبتی با هم دارند؟ آیا مدل‌های رجحانی در هر دو حیطه مثل هم تعریف می‌شوند؟ آیا دستگاه‌های اصل موضوعی یکسانند؟ آیا اصل موضوع‌هایی که با توجه به جنبه مفهومی و فلسفی توجه محققین را به خود جلب کرده، یکسانند؟ در صورت تمایز اصل‌بندی، دستگاه‌های اصل موضوعی متفاوت چه نسبتی با یکدیگر دارند؟ غنای قضایای ساختاری در کدامیک بیشتر است؟ آیا اندرکنشی بین این دو حیطه وجود داشته است؟

پاسخ به این پرسش‌ها، هرچند ممکن است مباحثی تاریخی و به دور از اهداف این نوشتار تلقی شوند، اما با توجه به اینکه متن استاندارد قابل اتکایی به خصوص در حیطه منطق‌های غیریکنوا برای منطق‌های رجحانی وجود ندارد، چه بسا بتواند چشم‌اندازی هرچند محدود، برای محققین ایجاد کند و مطالعه در این زمینه‌ها را برای ایشان راحت‌تر سازد. لذا در این بخش در ابتدا به بیان تفاوت رویکردها در پیشینه منطق‌های رجحانی

تکلیفی و منطق‌های رجحانی غیریکنوا می‌پردازیم و سپس تحلیل و توجیه و میزان قابل قبول بودن اصول موضوع مطرح در مدل‌های رجحانی را در هریک از این دو زمینه بررسی می‌کنیم. براین اساس در بخش بعد، با آوردن دو مثال شامل عملگر تکلیفی که مدل‌های رجحانی قادر به بیان سازگار آن‌ها نیستند، با استفاده از پیشینه منطق‌های غیریکنوا، دو تعمیم از منطق‌های رجحانی پیشنهاد می‌دهیم، که قادر به بیان سازگار این مثال‌ها باشند.

1.5. مقایسه ادبیات شکل گرفته حول مدل‌های رجحانی در رویکرد غیریکنوا و رویکرد تکلیفی

ادبیات شکل گرفته حول مدل‌های رجحانی شباهت‌های بسیاری دارد. از جمله اینکه در هر دو عملگرهای شرطی در هر مدل رجحانی به طور سرتاسری تعریف می‌شوند. یعنی بستگی به جهان ممکن ندارد و با تغییر جهان ممکن تغییر نمی‌کند. هم چنین در منطق‌های تکلیف رجحانی و در تقریر استاندارد منطق رجحانی در پیشینه منطق‌های غیر یکنوا، در هر دو، اجازه وجود جهان‌های ممکن متعدد با تابع ارزشدهی یکسان و احیاناً جایگاه متفاوت در رابطه ترجیح وجود دارد. هم چنین در اصول موضوع استاندارد هر دو پیش‌زمینه، اصول بازتابی، معادل منطقی چپ در کنار اصول منطق کلاسیک و اصول S5 برای □ آورده شده‌اند. اما ادبیات ساختارهای رجحانی در این دو پیش زمینه، لاقلاً دارای تفاوت‌های زیر است:

❖ اصالت دستگاه اصل موضوعی در برابر اصالت ساختار معنایی

همان‌گونه که در تاریخچه منطق‌های رجحانی غیر یکنوا ذکر شد، این ساختارها در راه تلاش برای کشف یک دستگاه اصل موضوعی مناسب برای استدلال‌های غیر یکنوا و دسته‌بندی اصول موضوع بالقوه در مقاله KLM معرفی شدند و معرفی‌کنندگان آن اصالتی برای این ساختار معنایی در استدلال‌های غیریکنوا قائل نبودند، اما در منطق تکلیف، ابتدائاً ساختار معنایی برای بازنمایی مفهوم جهان‌های زیرایده‌آل، برای حل پارادوکس تخلف از وظیفه، پیشنهاد شد و بعد مساله اصل موضوع بندی مورد توجه قرار گرفت.

❖ پرداختن به معناشناسی‌های بدیل و اثبات معادل بودن آن‌ها در برابر تمرکز بر روی سیستم‌های

رجحانی متفاوت و اثبات قضایای بازنمایی برای آن‌ها

دقیقاً به دلیل نکته‌ای که در مورد قبل ذکر شد، ادبیات منطق‌های غیریکنوا شاهد معرفی ساختارهای معنایی متعددی برای دستگاه KLM بود، که هر کدام بالقوه می‌توانستند از جهتی تعمیم پیدا کنند. اما تلاش‌ها در ادبیات منطق تکلیف، بیشتر معطوف به اصل موضوع بندی و رده‌بندی ساختارهای رجحانی بود. که منجر به جدولی شد که در بخش 3 به آن اشاره کردیم.

❖ عملگر شرطی درون زبان در برابر رابطه استنتاج در فرازبان

در منطق تکلیف از ابتدا مفهوم وجوب شرطی به عنوان یک عملگر جدید $O(B/A)$ وارد زبان شد، که حاصل آن یک گزاره بود و قابلیت به کارگیری مجدد و تودرتو، به عنوان یک گزاره را داشت، اما مفهوم استنتاج غیریکنوا در ابتدا به شکل یک رابطه استنتاج معرفی شد، که قابلیت استفاده تودرتو نداشت. و یک عملگر صرفاً مثبت بود که حتی اشاره به دوگان آن هم در سیستم به راحتی مقدور نبود. هرچند در رویکردهای بعدی با

اضافه کردن عملگرهای $\square$ و $\neg$ رابطه استنتاج غیر یکنوا به صورت یک عملگر شرطی وارد زبان شد، که قابلیت تودر تو شدن با ادات دیگر را داشت.

❖ اصل بهینه بودن در برابر اصل بهترین بودن

در منطق‌های تکلیف هر دو مفهوم جهان بهترین و جهان بهینه، مبنای تعریف وجوب مشروط قرار گرفته اند. همان گونه که در بخش 2 بیان کردیم، در رویکرد اول، برای بررسی صدق $O(B/A)$ جهان‌هایی که از تمام جهان‌هایی که A در آن‌ها صادق است، بهترند، مد نظر قرار می‌گیرد و در رویکرد دوم جهان‌هایی که اگرچه لزوماً از تمام جهان‌های $\|A\|$ بهتر نیستند، اما جهانی اکیدا بهتر از آن‌ها هم وجود ندارد. (ممکن است در مورد برتری نسبی این جهان‌ها و برخی جهان‌های دیگر نتوان قضاوت کرد). در منطق‌های غیر یکنوای رجحانی فقط رویکرد جهان بهینه مدنظر بوده است و به همین دلیل نظیر مباحثی در پیشینه منطق‌های رجحانی که به مسائل فنی رویکرد بهترین جهان می‌پردازد، در پیشینه منطق‌های غیر یکنوا وجود ندارد.

❖ مجاز بودن یا نبودن نسخه‌های متعدد از یک تابع ارزش

همان گونه که قبلاً اشاره شد، به طور کلی در ادبیات منطق تکلیف به هر جهان ممکن یک تابع ارزش دهی نسبت داده می‌شود که در حالت کلی محدودیتی برای تکراری نبودن این تابع وجود ندارد. به عبارت دیگر در منطق‌های تکلیف وجود نسخه‌های متعدد از یک جهان ممکن که ممکن است به لحاظ تکلیفی لزوماً در یک موقعیت نباشند، پذیرفته شده است. اما در منطق‌های غیر یکنوا علاوه بر این حالت، حالتی که بیش از یک نسخه از هر جهان ممکن در هر مدل وجود ندارد، نیز، مورد توجه بوده است و تفاوت اصول موضوع حاکم بررسی شده است (Makinson, 2005).

❖ اصالت همواری در منطق‌های رجحانی غیر یکنوا

خاصیت همواری که نظیر اصل موضوع یکنوایی محتاطانه می‌باشد، در تمام سیستم‌های رجحانی غیر یکنوا برقرار است. در حالیکه در بسیاری از سیستم‌های رجحانی تکلیفی این خاصیت برقرار نیست. در برخی از آن‌ها اصل موضوع ضعیف‌تر محدودیت برقرار است.

❖ اصل موضوع بندی متفاوت

در منطق‌های رجحانی تکلیفی اصل شوهم از اصول ابتدایی می‌باشد، که در کل مدل‌های رجحانی برقرار است. اما این اصل نه تنها در اصول اولیه KLM، بلکه در اصل بندی استاندارد پذیرفته شده منطق‌های رجحانی غیر یکنوا به چشم نمی‌خورد. (این اصل در این سیستم‌ها قابل استنتاج است) به جای این اصل در منطق‌های غیر یکنوا از اصول (And) ، (Or) و (Cut) استفاده شده است. در زیربخش بعد، به طور مفصل تر به اصول موضوع خواهیم پرداخت.

2.5. بررسی اصول موضوع

در این بخش، اصل موضوع‌های مهم مطرح در منطق‌های رجحانی را بررسی و تحلیل خواهیم کرد. اما پیش از آن جایگاه منطق رجحانی در بین منطق‌های شرطی را که در بخش‌های قبل بسته گریخته معرفی کرده‌ایم، مرور می‌کنیم.

منطق‌های شرطی طبق کلی‌ترین تعریفی که چلاس ارائه می‌کند (Chellas, 1980) با معناشناسی زیر تعریف می‌شوند:

یک مدل شرطی مینیمال، سه‌گانه $\langle W, f, P \rangle$ است که در آن f تابعی است که به هر جهان ممکن w و هر گزاره X (شرط) مجموعه‌ای از گزاره‌ها را نسبت می‌دهد (که در مدل با زیرمجموعه‌ای از جهان‌های ممکن نمایش داده می‌شود).

$$w \models A \Rightarrow B \text{ اگر و تنها اگر } \|B\| \in f(w, \|A\|)$$

(f تابعی است که به هر گزاره A مجموعه گزاره‌هایی را نسبت می‌دهد که به شرط A برقرارند. همانند دیگر ساختارهای معنایی مبتنی بر جهان‌های ممکن، به جای کارکردن با گزاره‌ها با مجموعه صدق آن‌ها کار می‌کنیم.) در این منطق‌ها تمامی گزاره‌هایی که به شرط A برقرارند، همانند معناشناسی همسایگی منطق موجهات به طور کاملاً آزاد با تابع f در مدل وارد می‌شوند و در نتیجه در آنها فقط قاعده‌های کلاسیک بودن $\Rightarrow$ نسبت به هر دو مولفه (مقدم و تالی) برقرار است که به قاعده معادل منطقی چپ و راست معروفند.

منطق‌های شرطی نرمال که متناظر با مدل‌های رابطه‌ای منطق موجهات تعریف می‌شوند¹⁰ با اضافه شدن قاعده زیر به منطق‌های شرطیه دست می‌آیند:

$$\frac{B_1 \wedge \dots \wedge B_n}{(A \Rightarrow B_1) \wedge \dots \wedge (A \Rightarrow B_n) \Rightarrow A}$$

معناشناسی نظیر منطق‌های شرطی نرمال معناشناسی‌ای است که در آن تابع f یک تابع انتخاب است. به عبارت دیگر به ازای هر گزاره A زیر مجموعه‌ای از جهان‌های ممکن توسط این تابع برای تعیین صدق B به شرط A انتخاب می‌شوند. به این مدل‌ها مدل‌های تابع انتخابی (selection function models) گوئیم.

به سادگی می‌توان دید که قاعده بالا هر دو قاعده (And) و (RW) را نتیجه می‌دهد. همان‌گونه که ذکر شد، منطق شرطی و منطق «به‌شمار می‌رود» دو گونه غیر نرمال از منطق‌های شرطیه هستند که استفاده کاربردی داشته‌اند. (Friedman & Halpern, 1998; Grossi & Jones, 2013; نبوی et al., 2024)

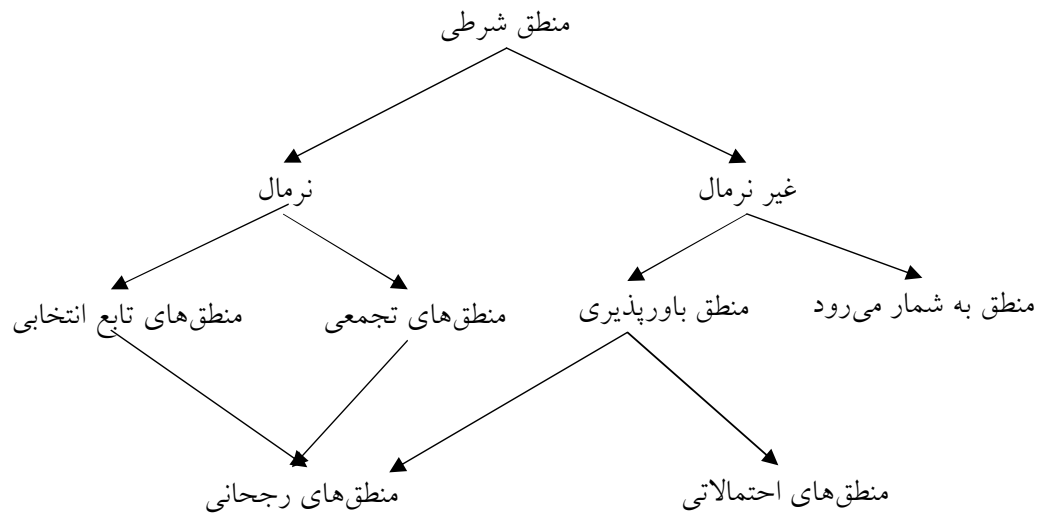
در نتیجه منطق‌های باورپذیری که تعمیم منطق‌های احتمالاتی هستند نیز در حالت کلی خود، منطق‌هایی غیر نرمال هستند که در آن‌ها (RW) برقرار است اما قاعده (And) برقرار نیست. در منطق‌های «به‌شمار می‌رود» هیچ‌یک از این دو اصل مطلوب نیستند.

همان‌گونه که قبلاً اشاره شد، مدل‌های رجحانی گونه‌ای خاص از مدل‌های تابع انتخابی هستند که در آن‌ها تابع انتخاب بر اساس یک رابطه ترجیح تعریف می‌شود، یعنی بهترین A -جهان‌ها بر اساس رابطه ترجیح برای

بررسی صدق B به شرط A انتخاب می‌شوند (Chellas, 1980). هم‌چنین برای انتخاب بهترین می‌توان رویکردهای متفاوتی اتخاذ کرد.

ادبیات مفصلی در منطق تکلیف و منطق شرطی و منطق معرفتی درباره شرایط تبدیل مدل‌های تابع انتخابی به مدل‌های رجحانی وجود دارد. (Åqvist, 2002)

هم‌چنین دیدیم که گونه دیگری از منطق‌های شرطی نرمال، منطق‌های تجمعی هستند که توسط KLM معرفی شدند که با اغماض از شرط همواری روی رابطه ترجیح می‌توان آنها را تعمیمی از مدل‌های رجحانی در نظر گرفت. هم‌چنین منطق‌های رجحانی حالت خاصی از منطق‌های باورپذیری هستند که تعمیمی از منطق‌های احتمالاتی می‌باشند و نقش مهمی در صوری سازی استدلال‌های غیریکنوا داشته‌اند. آنچه گفته شد در نمودار زیر خلاصه شده است.¹¹



نمودار

حال به بررسی اصول موضوع حاکم بر منطق‌های رجحانی می‌پردازیم و برای روشن شدن شیوه اثر هر اصل موضوع بر معناشناسی، به خصوص به مدل‌هایی که اصل موضوع مربوطه در آنها برقرار نیست اشاره می‌کنیم. بیان صوری این اصول موضوع در زبان منطق شرطی ارائه می‌شود. همان گونه که قبلاً اشاره شد نماد $\Rightarrow$ در منطق شرطی را می‌توان با نمادهای منطق دو وجهی تکلیف و منطق KLM به صورت زیر جایگزین کرد:

منطق دو وجهی تکلیف : $A \Rightarrow B$ اگر و تنها اگر $O(B/A)$

منطق رجحانی غیریکنوا : $A \Rightarrow B$ اگر و تنها اگر $BA \sim I$

در ادامه ابتدا به بررسی اصول موضوعی می‌پردازیم که در تمام سیستم‌های رجحانی برقرارند و توجیه فلسفی و جایگاه آن‌ها را در هردو پیشینه بیان می‌کنیم. سپس اصول موضوع خاص‌تر که با توجه به معنای عملگر وجهی شرطی در هر یک از دو زمینه پیشنهاد شده‌اند را تبیین می‌نماییم.

❖ اصل معادل منطقی چپ

$$\vdash A \leftrightarrow B \text{ دهمی نتیجه } (A \Rightarrow C) \leftrightarrow (B \Rightarrow C) \quad (LLE)$$

برقراری این اصل در هر منطق شرطی به تعبیر چلاس (Chellas, 1980, p. 269) نشانه کلاسیک بودن منطق شرطی نسبت به مولفه اول (مقدم، شرط) می‌باشد. این اصل می‌گوید که با جایگزین کردن یک گزاره با معادل کلاسیک آن در مولفه شرط تغییری در اعتبار گزاره شرطی یا همان عملگر وجهی دوتایی حاصل نمی‌شود. این اصل به همراه اصل معادل منطقی راست که در تمام منطق‌های شرطی برقرارست، نشانه فراکلاسیک (paraclassic) بودن همه منطق‌های شرطی از جمله منطق رجحانی می‌باشد. بدین معنا که تمام اصول موضوع منطق کلاسیک در این منطق‌ها برقرارند و این منطق‌ها برای گزاره‌های معادل در منطق گزاره‌ای کلاسیک یک هویت قائلند و آن‌ها را گزاره‌های متفاوتی نمی‌بینند.¹²

❖ اصل معادل منطقی راست

$$\vdash B \leftrightarrow C \text{ دهمی نتیجه } (A \Rightarrow B) \leftrightarrow (A \Rightarrow C) \quad (RLE)$$

این اصل همان‌گونه که در گزینه قبل اشاره شد، در تمام منطق‌های رجحانی برقرارست اما به دلیل آن‌که می‌توان آن را به سرعت، از اصل قوی‌تر تضعیف راست نتیجه گرفت در اصل‌بندی این منطق‌ها آورده نمی‌شود.

❖ اصل موضوع جهانی سازی

$$(A \Rightarrow B) \rightarrow \Box(A \Rightarrow B) \quad (Abs)$$

این اصل با توجه به اینکه در مدل‌های رجحانی معمولاً رابطه ترجیح روی جهان‌های ممکن مستقل از جهان تعریف می‌شود، در این مدل‌ها معتبر است. به عبارت دیگر، صدق یک گزاره شرطی از نوع جدید، به جهان ممکن بستگی ندارد و یک رابطه سرتاسری است. در منطق‌های تکلیف از ابتدا این رابطه مستقل از جهان بوده و به شکل سرتاسری تعریف می‌شده‌است. هم‌چنین در منطق‌های غیریکنوا این گزاره شرطی جدید ابتدائاً به شکل یک رابطه استنتاج تعریف شده که طبعاً سرتاسری بوده‌است.

سرتاسری بودن رابطه ترجیح که در منطق‌های تکلیف برای مقایسه میزان ترجیح جهان‌های ممکن به لحاظ تحقق اخلاق و در منطق‌های غیریکنوا برای مقایسه میزان معمولی بودن نسبی جهان‌ها به کار رفته است، امری معقول و موافق شهود در هردو حیطه است.¹³

❖ اصل موضوع تضعیف راست

$$\vdash B \rightarrow C \text{ دهمی نتیجه } (A \Rightarrow B) \rightarrow (A \Rightarrow C) \quad (RW)$$

این اصل که تضمین می‌کند که اگر در شرایط A ، B را داشته باشیم، کلیه نتایج منطقی B را نیز خواهیم داشت، برقراری این اصل به معنای نرمال بودن (در اصطلاح موجهاتی¹⁴) منطق شرطی نسبت به مولفه دوم (نتیجه، تالی) می‌باشد.

برقرای این اصل با خوانش تکلیفی به این معناست که اگر انجام فعلی الزامی باشد انجام مقدمات آن فعل نیز الزامی است.¹⁵ هم‌چنین در منطق غیریکنوا این اصل می‌گوید که اگر در شرایط A به‌طور معمول، گزاره B را داشته باشیم، به‌طور معمول نتایج منطقی B را نیز خواهیم داشت. (Parent, 2011)

این اصل در برخی منطق‌های شرطی از جمله منطق‌های «به‌شمار می‌رود» هم‌چنین برخی منطق‌های تکلیف با قابلیت تحمل تعارض تکالیف برقرار نمی‌باشد. (Grossi & Jones, 2013; نبوی 2024 et al.)

❖ اصل موضوع بازتابی

$$A \Rightarrow A \quad (Ref)$$

این اصل در تمام منطق‌های رجحانی برقرار است. در منطق‌های غیریکنوا این اصل موجه و قابل دفاع می‌باشد و از اصول اولیه پیشنهادی گبای می‌باشد. اما در منطق‌های تکلیف این اصل غیر شهودی است و از کاستی‌های منطق‌های رجحانی به حساب می‌آید.

❖ اصل موضوع و

$$(A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow C) \rightarrow [A \Rightarrow (B \wedge C)] \quad (And)$$

این اصل که در تمام منطق‌های رجحانی برقرار است، از اصول اصلی رایج برای معرفی منطق شرطی به حساب می‌آید (Chellas, 1980) و نتیجه قاعده (Cut) می‌باشد. اما در صورت بندی اولیه KLM ارائه نشده بود. هرچند در ادبیات منطق‌های غیریکنوا جایگزین (Cut) شده است و جزء اصول اصلی به شمار می‌رود. هم‌چنین اگر چه صحت آن برای منطق تکلیف، به‌خصوص در مواقع بروز تزامم بین تکالیف، مورد تشکیک بوده است، اما در همه منطق‌های تکلیف هنسونی پذیرفته شده است. این اصل در صورت بندی استاندارد منطق‌های تکلیف هنسونی نیز غایب است اما می‌توان آن را در این منطق‌ها اثبات کرد.

منطق‌های شرطی مهمی که این اصل در آن‌ها برقرار نیست، منطق‌های احتمالاتی هستند.

❖ اصل موضوع برش

$$((A \wedge B) \Rightarrow C) \wedge (A \Rightarrow B) \rightarrow (A \Rightarrow C) \quad (Cut)$$

دیدیم که قاعده برش یا (Cut) نیز جزو اصل‌های پیشنهادی گبای برای منطق‌های غیریکنوا و یکی از اصول موضوع KLM می‌باشد. با این توجیه که :

«یک نتیجه مطلوب به همان اندازه فرضیاتش قابل اطمینان است. به عنوان مثال اگر شما توقع داشته باشید که امشب باران ببارد و توقع داشته باشید که اگر امشب باران ببارد، فردا تیم A در مسابقه برنده شود، منطقی است که توقع داشته باشید تیم A فردا در مسابقه ببرد.» (Gabbay, 1985)

این قاعده در تمام منطق‌های رجحانی تکلیفی برقرار است (Parent, 2021). اما معمولاً جزء اصول موضوع معرف این سیستم‌ها گذاشته نمی‌شود. در منطق‌های غیریکنوا نیز، این قاعده اگر چه برقرار است، با اصل موضوع معادل (And) جایگزین شده است. نکته مهم در رابطه با این اصل این است که همانند اصل (And)، این اصل در منطق‌های احتمالاتی برقرار نیست و یکی از وجوه مهم اختلاف منطق‌های احتمالاتی و منطق‌های غیریکنوا شمرده می‌شود. (Kraus et al., 1990)

❖ اصل موضوع توزیع

$$(A \Rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \Rightarrow B) \rightarrow (A \Rightarrow C)) \quad (CK)$$

این اصل که به اصل موضوع توزیع یا وراثت مشهور است، از اصول اصلی تعریف منطق‌های تکلیف هنسونی است. این اصل در میان اصول KLM نیست اما می‌توان آن را از اصول (RW) و (And) و (N) نتیجه گرفت.¹⁶

❖ اصل موضوع یا

$$(A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C) \rightarrow (A \vee B \Rightarrow C) \quad (Or)$$

این اصل جزو اصول اولیه تعریف منطق رجحانی P در پیشینه منطق‌های غیریکنوا می‌باشد. اما در منطق‌های دووجهی تکلیفی جزو اصول اصلی نمی‌باشد و نتیجه اصل شوهم می‌باشد. (اثبات در (Parent, 2021))
قاعده یا در تمام منطق‌های رجحانی برقرار است و می‌توان مثال‌های فراوانی در استدلال‌های تکلیفی و غیریکنوا ارائه داد که در آن‌ها استفاده از این قاعده لازم می‌شود. اما در عین حال در هر دو زمینه می‌توان مثال‌هایی یافت که به کارگیری این اصل منجر به نتایج غیرشهودی می‌شود. به این موارد در بخش بعد در نقد منطق‌های رجحانی خواهیم پرداخت.

❖ اصل موضوع شوهم

$$((A \wedge B) \Rightarrow C) \rightarrow [A \Rightarrow (B \rightarrow C)] \quad (Sh)$$

همانگونه که دیدیم، اصل موضوع شوهم یکی از اصل موضوع‌های پایه منطق‌های رجحانی تکلیفی می‌باشد. شوهم از افرادی بود که در تدوین ساختار نحوی منطق رجحانی در ادبیات منطق‌های غیریکنوا موثر بودند. هرچند کار او به منطق احتمالاتی گرایش داشت (Shoham, 1987). اگر $\Rightarrow$ را یک رابطه استنتاج $\sim$ در نظر بگیریم، در حقیقت این اصل، بیان‌کننده یک طرف قضیه استنتاج برای $\sim$ می‌باشد. که در مقاله KLM طرف راحت قضیه استنتاج خوانده شده است و رابطه بین استلزام مادی $\rightarrow$ و $\sim$ را بیان می‌کند. این اصل در صورت بندی KLM، صراحتاً نیامده است. اما می‌توان آنرا در منطق P اثبات کرد. (Kraus et al., 1990)

نکته‌ای که در اینجا ذکر آن خالی از لطف نیست، معتبر نبودن عکس اصل شوهم یا طرف سخت قضیه استنتاج در منطق‌های رجحانی است که مزیتی برای این منطق‌ها در هر دو حیطه منطق‌های غیریکنوا و منطق‌های تکلیف به حساب می‌آید. مثلاً اگر A را گزاره همواره درست T در نظر بگیریم، اصل شوهم به شکل زیر در می‌آید:

$$(B \Rightarrow C) \rightarrow (T \Rightarrow B)$$

و از آنجا که عکس این گزاره شرطی برقرار نیست، به منطقی می‌رسیم که در آن $(B \Rightarrow C) \Rightarrow (B \Rightarrow T)$ C متمایز است. این تمایز در هر دو منطق غیریکنوا و تکلیف مزیت محسوب می‌شود و نشانه قدرت بیان خوب (expressivity) سیستم‌های رجحانی نسبت به سیستم‌های بدیل می‌باشد.

در منطق تکلیف مبحث وجوب مشروط یکی از چالش برانگیزترین مباحث به شمار می‌آید و در حقیقت قابلیت بیان متفاوت $O(A/B)$ و $O(B \rightarrow A/T)$ یکی از خصوصیات مهم یک منطق تکلیف است. این تفکیک به‌خصوص در شرایط تخلف از وظیفه بسیار مهم است. فرض کنید B فعلی باشد که مورد نهی واقع شده یعنی در جهان‌های ایده‌آل درست نیست. در این صورت $O(B \rightarrow A/T)$ به ازای هر A برقرار خواهد بود، اما $O(A/B)$ برای بیان وظایف به شرط تخلف از وظیفه اصلی هنوز قابلیت دارد و در حقیقت انگیزه اصلی استفاده از مدل‌های رجحانی در منطق تکلیف بیان سازگار وظایف به شرط تخلف از وظیفه (Contrary to Duty Obligations) بوده است.

در منطق‌های غیریکنوا، بحث زیر از (Kraus et al., 1990) را نقل می‌کنیم.

ادعای $\beta \sim \alpha$ به معنی اگر α برقرار باشد آنگاه به طور معمول β برقرار است، می‌باشد. در حالی که ادعای $\beta \rightarrow \alpha$ به معنی این است که به طور معمول یا α برقرار نیست یا β برقرار است. این دو ادعا به خصوص وقتی α بیان‌کننده یک شرایط استثنایی باشد، با هم تفاوت جدی دارند. اگر α بیان‌کننده یک استثناء باشد، ادعای $\beta \rightarrow \alpha$ به انتفاء مقدم درست است. در حالی که در مورد $\beta \sim \alpha$ نمی‌توان چنین نتیجه‌ای گرفت. مثلاً، اگر α را توییتی پنگوئن است و β را توییتی پرواز می‌کند بگیریم، ادعای $\beta \rightarrow \alpha$ صحیح است. زیرا به معنای این است که در شرایط معمولی توییتی پنگوئن نیست (که درست است چون پنگوئن بودن حالت استثنای پرندگی است نه حالت معمول آن) یا توییتی پرواز می‌کند. در حالی که $\beta \sim \alpha$ به معنی «به طور عادی اگر توییتی پنگوئن است می‌توان نتیجه گرفت توییتی پرواز می‌کند» صحیح نیست.

تا اینجا اصل موضوع‌هایی که در تمام منطق‌های رجحانی برقرارند را بررسی کردیم. اکنون به سراغ اصول موضوعی می‌رویم که براساس توجیه فلسفی و متناسب با هریک از این پیش‌زمینه‌ها به منطق‌های رجحانی اضافه شده‌اند و طبعاً برقراری آن‌ها باعث می‌شود خواص اضافه‌تری بر رابطه ترجیح القا شود، که در جدول بخش 4 به آن‌ها اشاره شده است.

❖ اصل موضوع یکنوایی محتاطانه

$$(A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow C) \rightarrow (A \wedge B \Rightarrow C) \quad (CM)$$

همان گونه که قبلاً به آن اشاره کردیم، اصل یکنوایی محتاطانه، نسخه ضعیف شده‌ای از یکنوایی است که توسط گبای برای منطق‌های غیریکنوا پیشنهاد شده است. این اصل با خوانش منطق‌های غیریکنوا بیان می‌کند، که اگر گزاره A دلیل به قدر کافی خوبی باشد که B را بپذیریم و A دلیل خوبی برای پذیرش C هم باشد، آنگاه

$BA \wedge$ دلیل خوبی برای پذیرش C است. در حقیقت ما در حین بدست آوردن نتایج جدید طبیعی است که علاقمند باشیم حداقل به روزرسانی انجام شود.

این اصل نه تنها جزء اصول موضوع منطق‌های تکلیف‌هنسونی متقدم‌تر نبوده است و بعدها توسط پرنس و گبل در منطق‌های تکلیف‌هنسونی اضافه و بررسی شده‌اند، بلکه در منطق پیش‌فرض که جزء منطق‌های غیریکنوا پیشتاز می‌باشد، نیز برقرار نمی‌باشد (Kraus et al., 1990). در حقیقت یکی از مهم‌ترین تفاوت‌های سیستم‌های تکلیفی رجحانی و سیستم‌های غیریکنوا رجحانی در همین اصل موضوع است.

نکته جالب توجه این است که برقراری این اصل در یک منطق تکلیف‌هنسونی رابطه مستقیمی با عدم قابلیت آن منطق در تحمل تعارض بین تکالیف دارد. فرض کنید در شرایط A دو تکلیف متعارض B, C داشته باشیم. در این صورت هر دو گزاره $A \Rightarrow BA \Rightarrow C$ برقرار است. اما اگر B را انجام دادیم، قادر به انجام C نیستیم. پس

$$A \wedge B \not\Rightarrow C$$

❖ اصل موضوع تکلیفی

$$A \rightarrow (O(B/A) \rightarrow P(B/A)) \quad (D^+)$$

در این اصل که در واقع نسخه‌ای از اصل موضوع D می‌باشد که در منطق موجهات به عنوان اصل موضوع مشخصه منطق‌های تکلیف‌شناخته می‌شود، از دوگان عملگر شرطی استفاده می‌شود. در واقع این اصل در زبان منطق شرطی به شکل زیر در می‌آید:

$$A \rightarrow [(A \Rightarrow B) \rightarrow$$

برقراری این اصل در مدل‌های رجحانی به معنی ناتهی بودن مجموعه بهترین A -جهان‌ها، به شرط ناتهی بودن مجموعه A -جهان‌هاست. در منطق‌های رجحانی غیریکنوا به دلیل پیشفرض همواری این شرط خود به خود برقرار می‌شود.

❖ اصل موضوع یکنوایی معقول

$$P(B/A) \wedge O(C/A) \rightarrow O(C/A \wedge B) \quad (RM)$$

در بررسی اصول موضوع حاکم بر استدلال غیریکنوا این اصل که نوعی از یکنوایی را بیان می‌کند که قوی‌تر از یکنوایی محتاطانه و ضعیف‌تر از یکنوایی می‌باشد و از نظر بسیاری از محققین، اصلی معتبر است و بسیاری از استدلال‌های معتبر عرفی را نمی‌توان بدون آن انجام داد. اما با توجه به اینکه این اصل بر یک خصوصیت منفی استوار است (قابل استنتاج نبودن) می‌توان نشان داد که این اصل در تمام مدل‌های رجحانی که در آنها رابطه ترجیحیک ترتیب کامل باشد، برقرار است (Kraus et al., 1990). به عبارت دیگر رابطه استنتاجی که تمام مدل‌های رجحانی با ترتیب کامل را نمایندگی می‌کنند، فرقی با رابطه استنتاجی که مدل‌های رجحانی با ترتیب جزئی را نمایندگی می‌کنند، ندارد. این موضوع سبب شده است که تلاش زیادی برای تبیین استدلال غیریکنوایی که این اصل در آن معتبر است، صورت پذیرد. اما با تبدیل رابطه استنتاج غیریکنوا به یک عملگر شرطی از نوع دیگر و اجازه تعامل با عملگرهای دیگر و استفاده تو در تو و غنی کردن زبان با عملگر وجهی □ این اصل به راحتی در تناظر با ترتیب‌های کامل قرار می‌گیرد. این اصل جزو اصول پیشنهادی در

ادبیات منطق تکلیف نبوده است و در این حیطه از اهمیت معنایی و فلسفی زیادی برخوردار نیست و به نظر می‌رسد ورود آن به ادبیات منطق تکلیف متأثر از ادبیات منطق‌های غیریکنوا بوده است و در صورت برقراری اصل اسپون برقرار خواهد بود.

❖ اصل موضوع تعدی

$$[P(A/A \vee B) \wedge P(B/C \vee B) \rightarrow P(A/A \vee C)] \quad (>>)$$

گفتیم که در منطق‌های رجحانی با تعریف

$$A \geq B := P(A/A \vee B)$$

می‌توانیک رابطه ترجیح را به ساختار نحوی اضافه کرد. این اصل در حقیقت اشاره به متعدی بودن این رابطه دارد و در رویکرد بهترین بودن، به همراه اصل اسپون متناظر با حالتی است که رابطه ترجیح در معناشناسی متعدی باشد.

همان‌گونه که پیش‌تر اشاره شد، منطق‌های رجحانی غیریکنوا به راحتی قادر به تشخیص استثنا از قاعده کلی هستند و استدلال درست را منظور می‌کنند. اما مواردی هست که بین دو استدلال متعارض هیچیک استثنای دیگری نیست. در این موارد اگر یکی از آنها به دیگری اولویت دارد، می‌توان با این گزاره آن را به طور صریح در ساختار نحوی بیان کرد.¹⁷

❖ اصل موضوع اسپون

$$P(B/A) \wedge O(B \rightarrow C/A) \rightarrow O(C/A \wedge B) \quad (Sp)$$

این اصل توسط اسپون برای اصل موضوع‌بندی ساختار DSDL3 که توسط هنسون ارائه شده بود، پیشنهاد شد و در حقیقت شرط برقراری عکس اصلشوهم را بیان می‌کند. به طور کلی اصل اسپون، همانند اصل تعدی، تحت رویکرد بهترین بودن (opt-rule)، ارتباط تنگاتنگی با متعدی بودن رابطه ترجیح دارد. در رویکرد بهینه بودن (max-rule) این اصل در تمام مدل‌هایی که در آن‌ها رابطه ترجیح هموار، متعدی و کامل است، برقرار است. اما اگر شرط کامل بودن رابطه ترجیح برداشته شود، می‌توان مدلی (حتی متعدی) با رویکرد بهینه بودن (max-rule) پیدا کرد که در آن اصل برقرار نباشد. در رویکرد بهترین بودن (opt-rule) این اصل در مدل‌های که خاصیت تعدی (با یا بدون بازتابی) را دارند، برقرار است.

هدف ما در این بخش ترسیم چشم‌اندازی از جایگاه منطق‌های رجحانی در بین منطق‌های شرطی و تحلیل اصول موضوع مورد بحث، به لحاظ میزان مطلوبیت بر اساس کاربرد مورد نظر در هر دو پیش زمینه بود. هم چنین در مورد برخی از اصول موضوع که بر تمام مدل‌های رجحانی حاکم بودند، به مدل‌های بدیلی برای منطق شرطی اشاره شد که قابلیت عدم صدق این اصول را دارند. در اثنای این بحث به مواردی از کارایی منطق‌های رجحانی نسبت به منطق‌های احتمالاتی که کاربرد وسیعی در علوم کامپیوتر دارند، اشاره شد. در ادامه

در بخش بعد، با ارائه مثال‌هایی نشان می‌دهیم مواردی از ناکارایی مدل‌های رجحانی با استفاده از این مدل‌های بدیل قابل رفع خواهد بود.

6. ارزیابی مدل‌های رجحانی

سوالی که می‌خواهیم در این بخش به طور جزئی به پاسخ آن پردازیم این است که آیا مدل‌های رجحانی مدل‌های کارآمدی برای هر یک از اینحیطه‌ها هستند یا خیر.

ارزش مدل‌های رجحانی ساختار ریاضی نسبتاً ساده و شهودی آن‌ها در عین قابلیت بازنمایی بسیاری از مفاهیم و خواص مورد نیاز در هریک از این منطق‌ها می‌باشد، به طوری که می‌توان نقش آن‌ها در معناشناسی منطق‌های شرطی (منطق‌های دووجهی) به مثابه نقش مدل‌های رابطه‌ای (مدل‌های کریپکی) در منطق موجهات دانست.

با این حال، مدل‌های رجحانی با وجود سادگی نسبی برای بسیاری از کاربردهای محاسباتی کارآمد نیستند (Governatori et al., 2021). هرچند در هر دو حیطه‌ی منطق‌غیریکنوا و منطق تکلیف، نرم افزارهایی برای اثبات قضایا، بررسی ارضاپذیری فرمول‌ها و... برای این منطق‌ها ساخته شده‌است. (Giordano et al., 2007)، (Benzmüller et al., 2020; Olivetti & Pozzato, 2014)

مسئله‌ای که می‌خواهیم در ادامه به آن پردازیم، ناکارایی برخی اصول موضوع معتبر در این ساختارها برای استدلال‌های تکلیفی و غیریکنوا می‌باشد. در این راستا می‌خواهیم با ارائه مثال‌هایی نشان دهیم، در هر دو حیطه، استدلال‌هایی وجود دارند که در منطق‌های رجحانیمنجر ب نتایج خلاف شهود می‌شوند، لازم به ذکر است که مثال‌هایی که در این بخش ارائه خواهند شد، اغلب توسط نویسندگان تنظیم شده‌اند و حاصل تاملات بین رشته‌ای در کاربردهای منطق در زمینه‌های فقهی و حقوقی می‌باشند.

مثال 6-1: (تکلیفی):

اگر تروریستی در خانه 1 بود، باید او را بکشی.

اگر تروریستی در خانه 2 بود، باید او را بکشی.

اگر تروریستی در یکی از خانه‌های 1 یا 2 بود، لزوماً ملزم به کشتن او نیستی.

(مثلاً شاید چون ممکن است فرد بیگناهی کشته شود)

اگر A_1 را «تروریستی در خانه 1 است» و A_2 را «تروریستی در خانه 2 است» و B را «تروریست کشته شود»

بگیریم، بیان صوری این مثال به شکل زیر می‌شود:

$$\begin{aligned} &O(B/A_1) \\ &O(B/A_2) \\ &\neg O(B/A_1 \vee A_2) \end{aligned}$$

بیان این فرمول‌ها در منطق شرطی به شکل زیر است:

$$\begin{aligned}A_1 &\Rightarrow B \\A_2 &\Rightarrow B \\ \neg(A_1 \vee A_2 &\Rightarrow B)\end{aligned}$$

در حالیکه طبق اصل یا، از جملات اول و دوم می‌توان نتیجه گرفت:

$$A_1 \vee A_2 \Rightarrow B$$

در حقیقت این مثال نشان می‌دهد که در منطق تکلیف شرایطی داریم که این اصل موضوع برقرار نیست. همانطور که دیدیم مدل‌های رجحانی حتی اگر هیچ خاصیتی نداشته باشند، اصل موضوع (*Or*) در آنها صادق است. پس برای رسیدن به منطقی که در آن شرایط این مثال به طور سازگار قابل تبیین باشد، باید به سراغ تعمیم‌هایی از منطق رجحانی برویم که اصل موضوع (*Or*) در آنها برقرار نیست. یکی از این منطقات، منطقات تعمیم‌یافته منطقات پیشنهادی مقاله KLM می‌باشد. مدل‌های تجمعی همانطور که قبلاً ذکر شد، تعمیم مدل‌های رجحانی هستند. در این مدل‌ها تمام اصل موضوع‌های KLM به جز (*Or*) برقرارند. همان‌گونه که پیش‌تر اشاره کردیم، تفاوت این مدل‌ها با ساختارهای رجحانی این است که به جای هر جهان ممکن در ساختارهای رجحانی، دسته‌ای از جهان‌های ممکن داریم که وضعیت معرفتی را مشخص می‌کنند (مجموعه‌ای از جهان‌های ممکن که فرد نمی‌تواند بین آن‌ها تمایز قائل شود و اگر در یکی از این وضعیت‌ها باشد خودش نمی‌داند که در کدام وضعیت است اما می‌داند وضعیت او یکی از این جهان‌های ممکن است). در حقیقت، پیشنهاد ما این است که در شرایطی که علم به گزاره‌ای و نه نفی صدق آن گزاره، مبنای تکلیف است، از مدل‌های تجمعی به جای مدل‌های رجحانی برای ساخت منطق تکلیف استفاده شود.

تشکیک در برقراری اصل (*Or*) در استدلال‌های تکلیفی در ادبیات منطق تکلیف مورد توجه نبوده است و به نظر می‌رسد با طراحی این مثال توسط نویسندگرای اولین بار مطرح شده است. در حیطه منطقات غیر یکنوا نویسندگان (Kraus et al., 1990) که اصل (*Or*) را به اصول پیشنهادی گبای اضافه کرده‌اند (و بدین ترتیب منطق رجحانی را از اضافه کردن این اصل به منطق تجمعی به دست آورده‌اند)، بیان می‌دارند که نتوانسته‌اند مثالی بر خلاف این اصل پیدا کنند. از طرفی در مقالات (Horty, 2002; Horty et al., 1990) دو رویکرد شکاکانه متمایز معرفتی شده‌اند که با توجه به اینکه تشریح این رویکردها نیاز به ادبیات پیرامونی دارد، مجال طرح آن‌ها در این نوشتار نیست. به نظر می‌رسد در یکی از این رویکردها اصل موضوع (*Or*) برقرار است و در دیگری برقرار نیست.¹⁸

این مقالات نیز حاوی مثال‌های استاندارد برای نشان دادن حالاتی که در آنها (*Or*) برقرار نیست نبودند. این رو مثال‌های زیر را برای نشان دادن تمایز این حالات پیشنهاد می‌کنیم.

مثال 2-6: فرض کنید پدری دو فرزند دارد، که اگر دوربین‌هاییک مغازه نشان دهد یکی از آن‌ها جنسی از مغازه دزدیده است، قانون پدر را به پرداخت خسارت محکوم می‌کند. به زبان صوری:

$$\begin{aligned}C_1 &\Rightarrow D \\C_2 &\Rightarrow D\end{aligned}$$

حالا فرض کنید پدری دو فرزند دوقلو دارد که دوربین‌ها دزدی یکی از آنها را نشان می‌دهد. در واقع در
رابط

$$C_1 \vee C_2$$

قرار داریم، آیا دوباره می‌توان D را نتیجه گرفت؟ به عبارت دیگر آیا انتظار داریم گزاره زیر معتبر باشد؟

$$C_1 \vee C_2 \Rightarrow D$$

به نظر کاملاً معقول و شهودی می‌رسد که مستقل از اینکه دوربین کدام فرزند را نشان داده است، پدر آنها
محکوم به پرداخت خسارت شود یعنی گزاره بالا را داشته باشیم.

مثال 3-6: حالا فرض کنید اگر دوربین‌ها نشان دهند که فردی دیگر را به قتل رسانده است، آن فرد محکوم
به قصاص شود، هم چنین اگر فردی قصاص شود پدر او داغدار می‌شود. به عبارت صوری:

$$E \Rightarrow F$$

$$F \rightarrow G^{19}$$

حال اگر مشخص شود فردی که در دوربین در حال قتل مشاهده شده یک برادر دوقلو داشته است، برای
هردوی آنها این گزاره‌ها برقرار است:

$$E_1 \Rightarrow F$$

$$E_2 \Rightarrow F$$

حال با استفاده از اصل (Or) و تضعیف راست به دست می‌آید که:

$$E_1 \vee E_2 \Rightarrow G$$

اما آیا واقعاً توقع داریم اینگونه باشد؟ در واقع اگر مشخص شود فرد برادر دوقلویی داشته، که بسیار شبیه
خودش بوده به طوری که تمایز آنها در ویدیو امکان‌پذیر نمی‌باشد، عرفاً قاضی بر اساس ویدیو توان صدور
حکم قصاص نخواهد داشت و در نتیجه منجر به داغدار شدن پدر آن دو نمی‌شود.

مثال 4-6: (تکلیفی)

فرض کنید انجام وظیفه A با انجام هریک از وظیفه‌های B و C در تعارض است و اهمیت آن از اهمیت
تک تک B و C بیشتر است اما انجام هر دوی B و C که امکان‌پذیر نیز می‌باشد برانجام A اولویت دارد. چنین
شرایطی در مدل‌های رجحانی منجر به نتیج غیرشهودی می‌شود.

مثال بالا را می‌توان به شکل زیر صوری کرد:

1. $O(A \vee (B \wedge C)) / \top$
2. $O(A / A \vee B)$
3. $O(A / A \vee C)$
4. $A \wedge B \rightarrow \perp$
5. $A \wedge C \rightarrow \perp$
6. $O([B \wedge C] / A \vee [B \wedge C])$

گزاره 1 بیان می‌کند که انجام A یا انجام هردوی B و C الزامی است. گزاره دوم و سوم اولویت انجام A برانجام B و C را بیان می‌کنند.²⁰ گزاره‌های 4 و 5 اشاره به در تزامن بودن A با B و A با C دارند. گزاره آخر بیان می‌کند که انجام هردوی C و B بر انجام A اولویت دارد. که در زبان منطق شرطی به شکل زیر در می‌آید:

1. $\top \Rightarrow (A \vee (B \wedge C))$
2. $A \vee B \Rightarrow A$
3. $A \vee C \Rightarrow A$
4. $A \wedge B \rightarrow \perp$
5. $A \wedge C \rightarrow \perp$
6. $A \vee [B \wedge C] \Rightarrow [B \wedge C]$

با به کارگیری اصل شوهم روی 2 و 3 داریم:

7. $\top \Rightarrow (A \vee B \rightarrow A)$
8. $\top \Rightarrow (A \vee C \rightarrow A)$

اصل (And) و 7 و 8 نتیجه می‌دهد:

9. $\top \Rightarrow (A \vee B \rightarrow A) \wedge (A \vee C \rightarrow A)$

اصول منطق کلاسیک و اصل توزیع می‌توان نتیجه گرفت:

10. $\top \Rightarrow (A \vee (B \wedge C) \rightarrow A)$

از شوهم و 6 داریم:

11. $\top \Rightarrow A \vee (B \wedge C) \rightarrow [B \wedge C]$

10 و 11 و (And) و اصل توزیع و اصول کلاسیک نتیجه می‌دهد:

12. $\top \Rightarrow [A \vee (B \wedge C) \rightarrow (A \wedge [B \wedge C])]$

4 و 12 و اصل توزیع نتیجه می‌دهد:

13. $\top \Rightarrow [A \vee (B \wedge C) \rightarrow \perp]$
14. $\top \Rightarrow \neg(A \vee (B \wedge C))$

از ترکیب 1 و 14 و اصل (And) داریم:

15. $\top \Rightarrow \perp$

گزاره‌ای که در آخر به آن رسیدیم، به معنی عدم وجود بهترین جهان است و نتیجه آن با خوانش تکلیفی اجباری بودن تمام گزاره‌ها می‌باشد.

همان‌گونه که مشاهده شد، در این منطق از 6 جمله شهودا سازگار، نتیجه می‌شود که کلیه گزاره‌ها (اعم از تناقض) الزامیند.

در منطق تکلیف ادبیات مفصلی حول مساله تعارض تکالیف وجود دارد. شرایط این مثال نیز جزو محک‌های استاندارد برای بررسی عملکرد درست یک منطق تکلیف با قابلیت تحمل تعارضات تکلیفی و استدلال درست با آن‌ها با بیانی دیگر ذکر شده است (Goble, 2013)، با اینحال به نظر می‌رسد اثبات اینکه شرایط این مثال در منطق رجحانی منجر به نتایج خلاف شهود می‌شود و به خصوص استفاده از رویکرد اصل موضوعی در این اثبات از نوآوری‌های این مقاله باشد.

مثال 5-6: (غیریکنوا)تجميع قرائن

این مثال نشان می‌دهد که ممکن است شواهد فسخ‌پذیری بر ردیک گزاره داشته باشیم (که ما آن را با $\neg\phi \Rightarrow \alpha_i$ نمادین می‌کنیم) و یک شاهد که از تک تک این شواهد قوی‌تر است بر صحت آن گزاره داشته باشیم ($\phi \Rightarrow \beta$). در مدل‌های رجحانی به دلیل وجود قاعده (And) شاهد قوی‌تر بر تک تک شواهد غلبه می‌کند و نتیجه رد گزاره می‌شود در حالی که در شهود عرفی چه بسا زیاد شدن شواهد به نفع صحت گزاره، بتواند بر یک شاهد قوی‌تر برای رد آن غلبه کند.

شرایط مثال بالا را می‌توان به شکل زیر فرمول‌بندی کرد:

1. $(\alpha_1 \wedge \beta \Rightarrow \phi) \wedge (\alpha_2 \wedge \beta \Rightarrow \phi) \wedge \dots \wedge (\alpha_n \wedge \beta \Rightarrow \phi)$
2. $[\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \dots \wedge \alpha_n] \wedge \beta \Rightarrow \neg\phi$

گزاره اول بیان می‌کند که به ازای هر i اگر هر دو شاهد β و α_i را داشته باشیم چون شاهد β از هر یک از شواهد α_i قوی‌تر است، می‌توانیم ϕ را نتیجه بگیریم. چرا که اگر شاهد β و هر یک از α_i ها را داشته باشیم، ϕ نتیجه می‌شود و نه $\neg\phi$. گزاره دوم می‌گوید که اگر تمام شواهد α_1 تا α_n را بر رد ϕ به همراه شاهد β بقبول ϕ داشته باشیم، شاهد β مغلوب می‌شود و حاصل رد β خواهد بود.

اعمال اصل شوهم روی این گزاره‌ها نتیجه می‌دهد:

3. $[T \Rightarrow (\alpha_1 \wedge \beta \rightarrow \phi)] \wedge [T \Rightarrow (\alpha_2 \wedge \beta \rightarrow \phi)] \wedge \dots \wedge [T \Rightarrow (\alpha_n \wedge \beta \rightarrow \phi)]$
4. $T \Rightarrow ([\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \dots \wedge \alpha_n] \wedge \beta \rightarrow \neg\phi)$

اما از طرفی در منطق‌های رجحانی از گزاره اول و قاعده (And) می‌توان نتیجه گرفت:

5. $T \Rightarrow [(\alpha_1 \wedge \beta) \rightarrow \phi] \wedge [(\alpha_2 \wedge \beta) \rightarrow \phi] \wedge \dots \wedge [(\alpha_n \wedge \beta) \rightarrow \phi]$

تضعیف چپ و منطق کلاسیک نتیجه می‌دهد:

6. $T \Rightarrow ([\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \dots \wedge \alpha_n] \wedge \beta \rightarrow \phi)$

با ترکیب 4 و 6 و قاعده (And) و اصل توزیع خواهیم داشت:

7. $T \Rightarrow ([\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \dots \wedge \alpha_n] \wedge \beta \rightarrow \perp)$
8. $T \Rightarrow \neg([\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \dots \wedge \alpha_n] \wedge \beta)$

از طرفی در ادبیات غیر یکنوا این حقیقت را که همه شواهد α_1 تا α_n و β برقرارند، معمولاً با جمله

9. $T \Rightarrow ([\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \dots \wedge \alpha_n] \wedge \beta)$

نمایش داده می‌شود. از ترکیب 8 و 9 و قاعده (And) خواهیم داشت:

10. $T \Rightarrow \perp$

که یک نتیجه خلاف شهود می‌باشد. زیرا به معنای نفی امکان برقراری همزمان شواهد α_1 تا α_n و β می‌باشد. همانگونه که مشاهده شد، در این دو مثال از اصول توزیع، شوهم و قاعده (And) استفاده شد، و نتایج غیرشهودی به دست آمد. یکی از راه‌ها برای بازنمایی چنین شرایطی، به‌کارگیری از تعمیم‌های مدل‌های رجحانی است که قاعده (And) در آن برقرار نباشد. مدل‌های باورپذیری که در بخش 4 معرفی شدند، قابلیت

برقرار نکردن قاعده (And) را دارند. در حقیقت منطق‌های احتمالاتی نیز که نوعی منطق باورپذیری به شمار می‌روند، قادر به مدل کردن چنین شرایطی هستند.

7. نتیجه‌گیری

در این مقاله مدل‌های رجحانی که بر اساس یک رابطه ترجیح روی جهان‌های ممکن تعریف می‌شوند، همچنین برخی خواص این مدل‌ها و اصول موضوع نظیر آنها در زبان منطق شرطی معرفی شده‌اند. همچنین مدل‌های رجحانی تکلیفی و منطق‌های رجحانی غیریکنوا و برخی تعمیم‌های آنها معرفی و به لحاظ اصول موضوع مقایسه شده‌اند. چشم‌اندازی که سعی شده است در این قسمت سعی شده است چشم‌اندازی در مورد اصل موضوع‌های معتبر مدل‌های رجحانی و به خصوص اصولی که دارای ارزش فلسفی هستند، ارائه شود که از نوآوری‌های این نوشتار محسوب می‌شود.

در ادامه با آوردن دو مثال تکلیفی و چند مثال غیریکنوا که منطق‌های رجحانی قادر به بیان درست استدلال در آنها نیستند، نشان داده شده است که تعمیم‌های این مدل‌ها در پیشینه منطق‌های غیریکنوا قادر به تبیین درست این مثال‌ها هستند. همچنین با ارائه مثال اول تکلیفی برای اولین بار برقراری اصل (Or) در استدلالات تکلیفی به چالش کشیده شده است. کار ساخت منطق‌های تکلیف بر اساس این تعمیم‌ها به آینده موکول شده است. این مثال‌ها نشان می‌دهند اصول موضوعی که چه بسا در برخی استدلالات تکلیفی غیر قابل اجتناب به نظر می‌رسند در جنبه‌های دیگری از استدلالات تکلیفی منجر به نتایج خلاف شهود می‌شوند، که به نظر می‌رسد تقویت کننده ایده لزوم به کارگیری منطق‌های متعدد در این جنبه‌های گوناگون است. با این وجود، پاسخ به این سوال که آیا می‌توانیم منطقی داشته باشیم که همزمان بتواند پاسخگوی تمام این چالش‌ها باشد، به کارهای آینده موکول می‌شود.

² این مفهوم در حقیقت تعمیم مفهوم OA در SDL (منطق استاندارد تکلیف) به بایدهای شرطی می‌باشد. OA در SDL به معنی تحقق A در تمام جهان‌های ایده‌آل اخلاقی در نظر گرفته می‌شود. با این گونه تعریف، به خصوص در مواقع تخلف از وظیفه، برای مدل‌سازی بایدهای شرطی با چالش مواجه می‌شویم (Parent, 2021).

³ اصطلاح بازنمایی ترجمه representation می‌باشد بازنمایی یک منطق توسط یک دسته از مدل‌ها به معنای وجود قضایای صحت و تمامیت برای این منطق نسبت به این مدل‌ها هست. این اصطلاح در ادبیات مرتبط با علوم کامپیوتر از جمله در پیشینه منطق‌های غیریکنوا مصطلح است و به نظر می‌رسد بهتر از واژه مشخصه سازی (characterize) که در ادبیات منطق ریاضی مصطلح است، بتواند مفهوم مورد نظر را برای خواننده فارسی زبان متبادر کند.

⁴ در این تعریف و تعریف بعدی و برخی دیگر از تعریف‌های ارائه شده در این مقاله، ادات منطقی مانند $\vee$ ، $\rightarrow$ و $\neg$ در زبان موضوعی و فرا زبان به صورت یکسان به کار برده شده است.

⁵ هرچند در ادبیات مصطلح ریاضی، بهترین بودن معادل ماکسیمم بودن است که در برابر ماکسیمال بودن به معنای بهینه بودن به کار می‌رود، نویسنده مقاله (Parent, 2021)، از اصطلاح optimality برای بهترین بودن استفاده کرده و دلیل استفاده از opt-rule به عنوان نماد این مفهوم صرفاً تطابق با پیشینه مرتبط در منطق تکلیف می‌باشد.

⁶ برای مطالعه بیشتر در زمینه منطق‌های غیریکنوا می‌توان به مدخل استنفورد در این زمینه (Strasser & Antonelli, 2001) و منابع معرفی شده در آن مراجعه کرد.

⁷ البته مدل‌های رجحانی در این منطق‌ها می‌بایست لاقط شرط همواری (بخش 2) را داشته باشند.

⁸ نماد $\sim$ که اسنیک (snake) تلفظ می‌شود در ادبیات منطق غیریکنوا به جای $\vdash$ برای نمایش رابطه استنتاج غیریکنوا به کار می‌رود.

⁹ اندازه‌های باورپذیری و مجموعه D در بخش بعد معرفی خواهند شد.

¹⁰ در حقیقت با تثبیت گزاره A ، تابع f به ما به ازای هر جهان ممکن w جهان‌های ممکن در دسترس آن را معرفی می‌کند. طرح این بحث به طور جدی‌تر مجال دیگری می‌طلبد.

¹¹ در این نمودار مقصود از منطق‌های تابع انتخابی منطق‌هایی هستند که با مدل‌های تابع انتخابی بازنمایی می‌شوند.

¹² تعبیر فراکلاسیک (Paraclassic) برای منطق‌های غیریکنوا توسط مکینسون در (Makinson, 2005) به کار رفته است و منظور از آن این است که استدلال غیریکنوا دربردارنده استدلال کلاسیک است، نه بدیلی برای آن.

¹³ لازم به ذکر است که این اصل در مدل‌های استاندارد که جلاس تعریف کرد (Chellas, 1980) و همچنین در منطق‌های شرطی مربوط به شرطی‌های خلاف واقع (Lewis, 1973) برقرار نیست و صدق گزاره شرطی در این منطق‌ها به جهان ممکن بستگی دارد.

¹⁴ منطق‌های وجهی نرمال منطق‌های وجهی‌ای هستند که در آن‌ها اصل (K)

معتبر است، عملگرهای ضرورت و امکان دوگان هم هستند و تحت قاعده ضرورت

$\vdash \Box A$ نتیجه $\vdash A(N)$

بسته‌اند. این منطق‌ها با مدل‌های کریپکی بازنمایی میشوند. در این منطق‌ها هم‌چنین اصول زیر معتبرند که با استفاده از مدل‌های همسایگی برای منطق وجهی می‌توان استقلال این اصول را از یکدیگر نشان داد (Pacuit, 2017).

¹⁵ منطق‌های استاندارد تکلیف رویکرد گزاره-محور در برابر فعل-محور دارند. یعنی OA در این مدل‌ها به معنی تحقق A در جهان‌های ایده‌آل است. برای بیان اینکه انجام فعل A مقدمه انجام فعل B است، باید ابتدا آن را به شکل گزاره محور بیان کنیم. این مفهوم در حقیقت بیان می‌کند که تحقق A مستلزم تحقق B است. یعنی تحقق B شرط لازم برای تحقق A است. در جهان‌های ممکن که به شکل کلاسیک ارزش‌دهی می‌شوند، این عبارت به شکل $A \rightarrow B$ نمادین می‌شود.

¹⁶ اثبات این ادعا مشابه اثبات (K) از (N) ، (C) و (RM) در منطق موجهات است که در ادبیات منطق وجهی معروف می‌باشد. برای نمونه می‌توان به (Pacuit, 2017) مراجعه کرد.

¹⁷ به عنوان مثال می‌توان به مثال معروف به الماس نیکسون (Nixon Diamond) (Strasser & Antonelli, 2001) اشاره کرد که در آن از گزاره‌های

- نیکسون جمهوری‌خواه است.
- جمهوری‌خواه‌ها جنگ‌طلبند.

می‌توان نتیجه گرفت نیکسون جنگ‌طلب است و از طرفی از گزاره‌های

- نیکسون کراکر است.
- کراکرها صلح‌طلبند.

می توان نتیجه گرفت نیکسون صلح طلب است. در واقع این دو استدلال متعارض هیچ ارجحیتی بر هم ندارند و در صورت لزوم استنتاج یکی از دو گزاره « نیکسون جنگ طلب است» و یا « نیکسون صلح طلب است» باید اطلاعات اضافه تری مبنی بر ارجحیت استدلال مربوطه به سیستم داده شود.

¹⁸ در این مقاله تصریح می شود که هر دوی این رویکردها در جایگاه هایی کارآمد هستند و اینکه کدام یک حاکم شوند بستگی به هزینه استنتاج گزاره غلط نسبت به هزینه عدم استنتاج گزاره درست دارد. این مقایسه بین هزینه های مثبت غلط و منفی غلط علاوه بر علوم تجربی در بخش های زیادی از علوم اجتماعی و حقوق نیز موضوعیت دارد. به عنوان نمونه مقایسه ضرر ناشی از تشخیص فرد سالم به عنوان بیمار کرونایی و ضرر تشخیص فرد کرونایی به عنوان فرد سالم، در پزشکی از این دست است. یا در زمینه های حقوقی مقایسه نامطلوبیت «زندانی کردن بی گناه» در برابر «آزاد بودن گناهکار در جامعه» در جرم های متفاوت موضوعیت دارد.

¹⁹ دلیل استفاده از نماد $\rightarrow$ به جای نماد $\Rightarrow$ در نمادین سازی گزاره شرطی دوم ماهیت کلاسیک گزاره دوم در برابر ماهیت غیریکنوا ی شرطی اول است. به عبارت دیگر شرطی اول « معمولاً» برقرار است اما شرطی دوم در وضعیت امور مورد نظر ما برقرار می باشد.

²⁰ همانگونه که در بخش 2.3، با خوانش تکلیفی اشاره شد، هرچند منطق های رجحانی براساس رابطه ترجیح روی جهان های ممکن بنا شده اند، اما ترجیح گزاره A بر گزاره B جزو اجزای اصلی زبان منطق شرطی نیست و در این منطق به شکل $A \vee B \Rightarrow A$ و یا $\neg(A \vee B)$ تعریف می شود. ما در این مثال و مثال بعدی به دلیل منطبق تر بودن بر شهود طبیعی، از تعریف اول استفاده می کنیم.

فهرست منابع:

- Alchourrón, C. E., Gärdenfors, P., & Makinson, D. (1985). On the logic of theory change: Partial meet contraction and revision functions. *The journal of symbolic logic*, 50(2), 510-530 .
- Åqvist, L. (2002). Deontic logic. In *Handbook of Philosophical Logic :Volume 8* (pp. 147-264). Springer .
- Ardeshtir, M., & Nabavi, F. (2006). On some questions of L. Åqvist. *Logic Journal of the IGPL*, 14(1), 1-13 .
- Benzmüller, C., Farjami, A., Fuenmayor, D., Meder, P., Parent, X., Steen, A., van der Torre, L., & Zahoransky, V. (2020). LogiKEy workbench: Deontic logics, logic combinations and expressive ethical and legal reasoning (Isabelle/HOL dataset). *Data in Brief*, 33, 106409 .
- Chellas, B. F. (1980). *Modal logic: an introduction*. Cambridge university press .
- Delgrande, J. P. (1998). On first-order conditional logics. *Artificial intelligence*, 105(1-2), 105-137 .
- Friedman, N., & Halpern, J. Y. (1998). Plausibility measures and default reasoning. *arXiv preprint cs/9808007* .
- Friedman, N., Halpern, J. Y., & Koller, D. (2000). First-order conditional logic for default reasoning revisited. *ACM Transactions on Computational Logic (TOCL)*, 1(2), 175-207 .
- Gabbay, D. M. (1985). *Theoretical foundations for non-monotonic reasoning in expert systems*. Springer .
- Giordano, L., Gliozzi, V., & Pozzato, G. L. (2007). KLMLean 2.0: a theorem prover for KLM logics of nonmonotonic reasoning. *International Conference on Automated Reasoning with Analytic Tableaux and Related Methods* ,
- Goble, L. (2004). Preference semantics for deontic logic partii–multiplex models. *Logique et Analyse*, 335-363 .
- Goble, L. (2013). Prima facie norms, normative conflicts, and dilemmas. *Handbook of Deontic Logic and Normative Systems*, 1, 241-351 .
- Governatori, G., Rotolo, A., Sartor, G., Gabbay, D., Horty, J., Parent, X., van der Meyden, R., & van der Torre, L. (2021). *Logic and the law: philosophical foundations, deontics, and defeasible reasoning*. College Publications .
- Grossi, D., & Jones, A. (2013). Constitutive norms and counts-as conditionals. In *Handbook of Deontic Logic and Normative Systems* (pp. 407-441). College Publications, London .
- Grossi, D., Van Der Hoek, W., & Kuijer, L. B. (2022). Reasoning about general preference relations. *Artificial intelligence*, 313, 103793 .
- Hansson, B. (1968). Choice structures and preference relations. *Synthese*, 18(4), 443-458 .
- Hansson, B. (1969). An analysis of some deontic logics. *Nous*, 373-398 .
- Horty, J. F. (2002). Skepticism and floating conclusions. *Artificial intelligence*, 135(1-2), 55-72 .
- Horty, J. F., Thomason, R. H., & Touretzky, D. S. (1990). A skeptical theory of inheritance in nonmonotonic semantic networks. *Artificial intelligence*, 42(2-3), 311-348 .

- Kraus, S., Lehmann, D., & Magidor, M. (1990). Nonmonotonic reasoning, preferential models and cumulative logics. *Artificial intelligence*, 44(1-2), 167-207 .
- Lewis, D. (1973). Counterfactuals and comparative possibility. In *IFS: Conditionals, Belief, Decision, Chance and Time* (pp. 57-85). Springer .
- Makinson, D. (2005). How to go nonmonotonic. In *Handbook of Philosophical Logic* (pp. 175-278). Springer .
- McCarthy, J. (1986). Applications of circumscription to formalizing common-sense knowledge. *Artificial intelligence*, 28(1), 89-116 .
- Moore, R. C. (1985). Semantical considerations on nonmonotonic logic. *Artificial intelligence*, 25(1), 75-94 .
- Olivetti, N., & Pozzato, G. L. (2014). NESCOND: an implementation of nested sequent calculi for conditional logics. Automated Reasoning: 7th International Joint Conference, IJCAR 2014, Held as Part of the Vienna Summer of Logic ,VSL 2014, Vienna, Austria, July 19-22, 2014. Proceedings 7 ,
- Parent, X. (2010). A complete axiom set for Hansson's deontic logic DSDL2. *Logic Journal of IGPL*, 18(3), 422-429 .
- Parent, X. (2011). Moral particularism in the light of deontic logic. *Artificial Intelligence and Law*, 19, 75-98 .
- Parent, X. (2014). Maximality vs. optimality in dyadic deontic logic. *Journal of Philosophical Logic*, 43, 1101-1128 .
- Parent, X. (2015). Completeness of Åqvist's systems E and F. *The Review of Symbolic Logic*, 8(1), 16 .177-4
- Parent, X. (2021). Preference semantics for Hansson-type dyadic deontic logic: a survey of results. *Handbook of Deontic Logic and Normative Systems*, 2, 7-70 .
- Reiter, R. (1980). A logic for default reasoning. *Artificial intelligence*, 13(1-2), 81-1 .32
- Shoham, Y. (1987). A semantical approach to nonmonotonic logics. In *Readings in nonmonotonic reasoning* (pp. 227-250) .
- Spohn, W. (1975). An analysis of Hansson's dyadic deontic logic. *Journal of Philosophical Logic*, 4, 237-252 .
- Stalnaker, R. C. (196 .)(8A theory of conditionals. In *Iffs: Conditionals, belief, decision, chance and time* (pp. 41-55). Springer .
- Strasser, C., & Antonelli, G. A. (2001). Non-monotonic logic .
- نبوی، ف. س.، کامکار، ح.، آیت‌اللهی، ز.، & شهبازی، ع. (2024). صوری‌سازی مراتب حجیت‌شرعی با استفاده از شرطی‌های غیرکلاسیک. منطق‌پژوهی، 14(2)، 203-225.
<https://doi.org/10.30465/ljsj.2024.47195.1453>