

## درباب واقعیت‌های منطقی: واقع‌گرایی درباره رابطه نتیجه منطقی

محمد محسن حائری\*

داود حسینی\*\*

### چکیده

به یک تعییر، واقع‌گرایی درباب منطق واقع‌گرایی درباب موضوع منطق است. اما، منطق واقعاً درباره چیست؟ صحبت از منطق کم و بیش به معنای صحبت از رابطه نتیجه منطقی تلقی می‌شود؛ رابطه‌ای که میان مقدمه‌های یک استدلال و نتیجه آن استدلال برقرار است. در تاریخ منطق همواره این‌چنین نبوده است: در قرن بیستم دیدگاه فرگه-راسلی مبنی بر تلقی کردن منطق به عنوان مجموعه‌ای از صدق‌های منطقی در جامعه علمی حاکم بود. در این مقاله ابتدا دلایلی ارائه خواهیم کرد که نشان دهد که بهتر است که موضوع علم منطق را رابطه نتیجه منطقی بدانیم و نه صدق منطقی. آنگاه دلایلی ارائه می‌کنیم تا نشان دهیم که چرا بحث درباره متافیزیک منطق اهمیت دارد. در متافیزیک منطق، نظریات واقع‌گرا عموماً فرض کرده‌اند که موضوع علم منطق صدق منطقی است. در مقابل با این رویکرد غالب، الگوهایی ارائه کرده‌ایم که با فرض اینکه موضوع منطق رابطه نتیجه منطقی باشد، چگونه می‌توان درباب منطق واقع‌گرا بود. این الگوها الهام‌گرفته از راه حل‌هایی هستند که در ذیل مسئله متافیزیک رابطه‌ها در تاریخ متافیزیک مطرح شده‌اند.

**کلیدواژه‌ها:** واقع‌گرایی منطقی؛ نتیجه منطقی؛ صدق منطقی؛ واقعیت‌های منطقی؛ رابطه

\* دکترای فلسفه منطق، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، mohsen.haeri@hotmail.com

\*\* استادیار گروه فلسفه، دانشگاه تربیت مدرس، تهران (نویسنده مسئول)، davood.hosseini@modares.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۴/۱۰، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۹/۲۳

## ۱. مقدمه

صحبت از منطق کم و بیش به معنای صحبت از رابطه نتیجه منطقی (The relation of logical consequence) می‌شود. اما در تاریخ منطق همواره این‌چنین نبوده است. در دوره‌ای از تاریخ منطق دیدگاه فرگه-راسلی مبنی بر تلقی کردن منطق به عنوان مجموعه‌ای از صدق‌های منطقی (Logical truths) در جامعه علمی حاکم بود (Etchemendy, 1988: 74). همان‌گونه که علم حساب مجموعه‌ای از صدق‌های حسابی و علم هندسه مجموعه‌ای از صدق‌های هندسی است، علم منطق نیز مجموعه‌ای از صدق‌های منطقی است. بنابراین، در دیدگاه فرگه-راسلی، موضوع علم منطق، صدق‌های منطقی هستند؛ به عبارت دیگر، منطق واقعاً درباره صدق‌های منطقی است. اما در دیدگاه جدید<sup>۱</sup>، موضوع منطق رابطه نتیجه منطقی است؛ در واقع، منطق درباره رابطه نتیجه منطقی است.

اما پرسش از موضوع منطق در این سطح باقی نمی‌ماند. اگر منطق درباره صدق‌های منطقی است، باید پرسید که صدق‌های منطقی درباره چه هستند؟ و اگر منطق درباره نتیجه منطقی است، باید پرسید که نتیجه منطقی درباره چیست؟ در جبهه فرگه-راسلی، صدق‌های منطقی را می‌توان مبتنی بر ساختار متافیزیکی جهان در نظر گرفت. به چنین نظریه‌هایی «واقع‌گرایی منطقی» (Logical realism) گفته می‌شود. براساس واقع‌گرایی منطقی، واقعیات منطقی وجود دارند و واقعیاتی مستقل از ذهن و زبان هستند. این ادعا ممکن است در ابتدا کمی عجیب به نظر برسد. البته چنین واکنشی قابل انتظار است. در مقایسه با ادبیات موجود در فلسفه ریاضی، در ادبیات فلسفه منطق بحث از متافیزیک کمتر به چشم می‌خورد. به معنای عام، عنوان «متافیزیک منطق» می‌تواند به بحث‌هایی مانند شرطی‌های خلاف واقع، جهان‌های ممکن، ابهام و منطق فازی و ماهیت سور وجودی اطلاق شود. اما در اینجا منظور از «متافیزیک منطق»، به طور خاص، بحث از متافیزیک موضوع منطق است؛ یعنی بحث از متافیزیک نتیجه منطقی یا صدق منطقی. به همان شکل که اعداد موضوع علم حساب هستند و در فلسفه ریاضی از وجود اعداد بحث می‌شود، انتظار می‌رود که در منطق نیز از نتیجه منطقی یا صدق منطقی صحبت شود<sup>۲</sup>. اما در ادبیات فعلی، به این مسئله کمتر پرداخته شده است (Rush, 2014: 1-2).

نظریه‌هایی که در حوزه متافیزیک منطق مطرح هستند، همگی‌با محوریت صدق منطقی سعی کرده‌اند که از واقع‌گرایی دفاع کنند. از مدافعان این نظریه می‌توان به گوتلوب فرگه (Frege, 1964)، پنلوپه مادی (Maddy, 2007)، (Gottlob Frege) (Frege, 1964) و تد

سایدر (Sider, 2011) اشاره کرد. اما دلایل خوبی وجود دارد که واقع‌گرایی باید با محوریت نتیجه منطقی، و نه صدق منطقی، صورت گیرد.

در بخش اول، سعی می‌کنیم به سطح اول پاسخ به پرسش موضوع منطق پیردادیم؛ اینکه وقتی از منطق صحبت می‌کنیم محوریت باید صدق‌های منطقی باشند یا نتیجه منطقی. ما سعی خواهیم کرد دلایلی در دفاع از محوریت نتیجه منطقی بیان کنیم. در بخش دوم، به بحث از واقع‌گرایی منطقی ورود خواهیم کرد و سعی می‌کنیم استدلال‌هایی در دفاع از وجود متأفیزیک برای منطق بیان کنیم. در بخش سوم، واقع‌گرایی‌های منطقی که با محوریت مفهوم صدق منطق طرح شده‌اند را تحلیل و ارزیابی خواهیم کرد؛ که شامل نظریه‌های مطرح شده توسط فرگه، مدی و سایدر می‌شود. در انتهای، در بخش چهارم سعی می‌کنیم شمایی کلی از نظریه‌هایی که می‌توان در باب واقع‌گرایی نتیجه منطقی بیان کرد ارائه دهیم.

## ۲. صدق منطقی یا نتیجه منطقی؟

تارسکی را می‌توان بنیان‌گذار رویکرد نظریه مدلی (Model-theoretic) به نتیجه منطقی دانست. مفهوم صدق منطقی از نظر تارسکی به جمله‌هایی اطلاق می‌شود که در تمام تعابیر صادق هستند (Burgess A. G. & Burgess J. P., 2011: 31). البته می‌توان این مفهوم را به شکلی دیگر در قالب مفهوم حذف (Suppression) نیز توصیف کرد؛ صدق‌های منطقی، جمله‌هایی در مقدمه‌های یک استدلال هستند که غیرضروری‌اند و می‌توان آنها را حذف کرد (Read, 1995: 39).

از چمندی در رابطه با نقش صدق منطقی در تاریخ منطق می‌نویسد،

در بخش بیشتری از قرن گذشته، تصور حاکم از منطق میراث فرگه و راسل بود، تصوری که بر اساس آن موضوع اصلی منطق، مانند موضوع اصلی حساب و هندسه، مجموعه خاصی از صدق‌هایست؛ در حالت اول صدق‌های منطقی، و در حالت دوم صدق‌های حسابی و هندسی. این تصور به طور طبیعی از رویکرد نحوی (Syntactic)، و به طور خاص اصل موضوعی، که این افراد نسبت به منطق داشتند ناشی می‌شود. بر اساس رویکرد اصل موضوعی، تمام علوم قیاسی (Deductive sciences) به شکلی کاملاً یکسان عمل می‌کنند: در ابتدا، بدون هیچ‌گونه اثباتی، صدق‌های مختلف در آن علم را فرض می‌کنیم، سپس صدق‌های دیگر را به عنوان نتیجه این فرض‌های اولیه به دست می‌آوریم. به همین خاطر، طبیعی است که صدق‌هایی به دست آمده را به لحاظ منطقی

مبتنی بر اصول موضوعه‌ای تلقی کنیم که با استفاده از آنها به دست آمده‌اند، و طبیعی است که هدف صورت‌بندی را، چه در منطق و چه در شاخه‌های دیگر ریاضیات، کشف اصول موضوعه‌ای بدانیم که برای تولید مجموعهٔ صدق‌های آن شاخه کفایت می‌کنند (Etchemendy, 1988: 74).

اچمندی خود نیز تصویری می‌کند که چنین بینشی در منطق یک ناهنجاری تاریخی به حساب می‌آید. به طور مثال، برای ارسسطو، منطق یک موضوع اصلی داشت و آن قیاس (Syllogism or Deduction) بود (Smith, 2018). او قیاس را صورتی از کلام تعریف می‌کند که در آن با پذیرش فرض‌هایی خاص، چیزی غیر از آن فرض‌ها ضرورتاً و تها مبتنی بر آن فرض‌ها، همان‌طور که هستند، نتیجه می‌شود (Prior Analytics, Book I, Part II). منظور ارسسطو از «فرض‌هایی خاص» مقدمه‌هاست. و آن فرضی که ضرورتاً نتیجه می‌شود همان نتیجهٔ منطقی مقدمه‌هاست. بنابراین، به نظر نمی‌آید که تکیه بر مفهوم نتیجهٔ منطقی به عنوان موضوع اصلی منطق ابتکاری نوظهور در تاریخ منطق باشد که بتوان به تارسکی نسبت داد. اما این فعالیت‌های تارسکی بود که باعث گذراز دیدگاه فرگه‌سراسلی به دیدگاه امروزی شد (Etchemendy, 1988: 75-78).

اما چه دلایلی وجود دارد که هنگام صحبت از منطق، نتیجهٔ منطقی را به صدق منطقی ترجیح دهیم؟ دو دلیل می‌توان برای این رویکرد ذکر کرد. دلیل اول این است که صدق منطقی یک حالت خاص از نتیجهٔ منطقی است؛ هر صدق منطقی را می‌توان در قالب نتیجهٔ منطقی بیان کرد، اما عکس آن همواره صادق نیست (Read, 1995: 39; Etchemendy, 1988: 74-75).

هر صدق منطقی را می‌توان نتیجهٔ استدلال معتبری تلقی کرد که هیچ مقدمه‌ای ندارد. به طور مثال، در منطق کلاسیک می‌توان اصل طرد شق ثالث را به شکل زیر نوشت،

$$\models_{\text{CL}} A \vee \neg A$$

گاهی نتیجهٔ منطقی را می‌توان با استفاده از قضیهٔ استنتاج در قالب یک صدق منطقی بازنویسی کرد. طبق فراقضیهٔ استنتاج،

$$A_1, A_2, \dots, A_{m-1}, A_m \vdash B \text{ then } A_1, A_2, \dots, A_{m-1} \vdash A_m \rightarrow B$$

و با چند دفعه به کارگیری این قضیه می‌توان نتیجه گرفت،

$$A_1, A_2, \dots, A_{m-1}, A_m \vdash B \text{ then } \vdash A_1 \rightarrow (\dots (A_{m-1} \rightarrow (A_m \rightarrow B)) \dots)$$

به نظر می‌آید همواره بتوان با استفاده از این قضیه هر استدلال معتبری را در قالب یک صدق منطقی بیان کرد (Kleene, 1967: 39). اما قضیه استنتاج همواره در هر سیستم منطقی برقرار نیست؛ بنابراین، همواره قابل استفاده نیست. به طور مثال، در منطق کلینی قوی (Strong Kleene or K3) می‌توان گفت که  $A \rightarrow A \models_{K3} A$ ، اما  $\models_{K3} A \rightarrow A$  صادق نیست؛ زیرا اصل طرد شق ثالث برقرار نیست. در منطق انتاج مرتبه اول (First-degree entailment or FDE) نیز اصلاً صدق منطقی وجود ندارد.

دلیل دوم این است که متافیزیک یک علم خاص باید به فعالیت‌هایی که در آن علم می‌شود وفادار باشد. در اینجا، برای بحث از متافیزیک منطق، باید دید که منطق دانان وقتی به فعالیت‌های منطقی می‌پردازند واقعاً در مورد چه چیزی بحث می‌کنند. این رویکرد تنها به متافیزیک منطق محدود نمی‌شود. فلسفه منطق، به طور کلی، باید به تفسیر فعالیت‌های منطق دانان پردازد (Burgess, 2009: 2-3).

برای مقایسه، می‌توان به تحلیلی که شپیرو در فلسفه ریاضیات ارائه می‌دهد اشاره کرد. شپیرو در مورد رابطه میان ریاضیات و فلسفه ریاضی بین دو رویکرد کلی به فلسفه ریاضی تمیز قائل می‌شود؛ رویکرد فلسفه-اول (Philosophy-first) و فلسفه-آخر (Philosophy-last) (Shapiro, 2000: 7-20). در رویکرد فلسفه-اول، فلسفه به علم تقدم دارد. این فلسفه است که هنجارها و قواعد علمی را به علم دیکته می‌کند. مثال بارز آن در علم ریاضیات، شهودگرایی است. نقطه آغاز بر اوئر، بنیان‌گذار شهودگرایی، کاملاً متافیزیکی بود. برای او، ضدواقع‌گرایی متافیزیکی در باب اشیاء ریاضی، به ریاضی دانان نحوه پرداختن صحیح به ریاضیات را دیکته می‌کند. فعالیت‌های ریاضی دانان کلاسیک، مستقل از هرگونه برتری نسبت به ریاضی دانان شهودگرا، نادرست است و باید با توجه به نتایج فلسفی شهودگرایی بازسازی گردد. افلاطون را نیز می‌توان طرفدار چنین رویکردی دانست. در کتاب هفتم از رساله جمهور، زمانی که در باب تربیت شهیریاران فیلسوف سخن می‌گوید، پرداختن به علم ریاضیات را تنها در راستای پرورش ذهن برای تفکر ارزشمند می‌داند. البته به ارزش‌هایی که در حوزه کاربردی آن نیز وجود دارد اشاره می‌کند؛ اما آنها را فرعی می‌پنداشد. به طور مثال، زمانی که از هندسه مسطحه صحبت می‌کند، به کاربرد آن در برنامه‌ریزی مانورهای جنگی اشاره می‌کند. اما هدف اصلی آن پرداختن به واقعیت‌های تغییرناپذیر است، و نه واقعیت متغیر جهانی که با حواس پنج گانه درک می‌کنیم. افلاطون می‌نویسد،

هیچ کس با دانشی ابتدایی از هندسه منکر این نمی‌شود که هندسه علمی است کاملاً برخلاف آنچه که از واژه‌های مورد استفاده هندسه‌دانان استنباط می‌شود ... واژه‌ها کاملاً بی معنی هستند اما جانشین کردن آنها نیز دشوار است. آنها درباره جمع زدن، کشیدن و غیره طوری سخن می‌گویند گویی واقعاً کاری انجام می‌دهند و استدلال‌هایشان هدفی عملی دارد و به واسطه کسب معرفت نیست ... باید پذیریم که اشیای معرفت، ابدی هستند و تغییرپذیر و فانی نیستند (Plato, 2007: 256-257).

همانطور که می‌بینیم برای افلاطون اولویت‌ها کاملاً وارونه است. فعالیت‌هایی که هندسه‌دانان انجام می‌دهند ظاهری فریبنده دارد. اشیای مورد مطالعه هندسه، آنگونه که هندسه‌دانان از آن سخن می‌گویند، فانی و تغییرپذیر نیستند. بنابراین بنا کردن متافیزیک براساس فعالیت‌هایی که هندسه‌دانان انجام می‌دهند اشتباه است. این فلسفه افلاطون است که واقعیت را به هندسه دیکته می‌کند، و نه بر عکس. فعالیت‌هایی که هندسه‌دانان انجام می‌دهند به هیچ وجه صلاحیت داوری در مورد ساختار متافیزیکی جهان را ندارد.

شپیرو معتقد است که رویکرد فلسفه‌اول با توجه به تاریخ ریاضیات رویکردی اشتباه است. این گونه نبوده است که ریاضی‌دانان در ابتدا تصمیم گرفته باشند که در مورد وجود اشیای ریاضی واقع گرا هستند سپس منطق کلاسیک را به منطق شهودی ترجیح داده باشند. اصل طرد شق ثالث به شکل عمیقی در فعالیت‌های ریاضی‌دانان نهفته شده است و کنار گذاشتن آن برای ریاضیات هزینه‌های سنگینی در پی خواهد داشت. در اینجا، در مقابل رویکرد فلسفه‌اول، رویکرد فلسفه‌آخر مطرح می‌شود. اگر وظیفه فلسفه تجوییز هنجره‌ها به علم نباشد، توصیف آنهاست. طرفداران رویکرد فلسفه‌آخر معتقد هستند که فیلسوف‌ها باید فعالیت‌هایی که در علوم انجام می‌شود را با دقیقت بررسی، سپس نتایج فلسفی آن فعالیت‌ها را گزارش کنند.

به نظر می‌آید این تقسیم‌بندی شپیرو را برای منطق نیز بتوان برقرار دانست. در رویکرد فلسفه‌اول ابتدا متافیزیک منطق مشخص می‌شود و بعد علم منطق براساس آن پیش می‌رود. در رویکرد فلسفه‌آخر، متافیزیک منطق به فعالیت‌های منطق‌دانان نگاه می‌کند و براساس آن از اشیای منطقی سخن می‌گوید. انتخاب میان این دو رویکرد انتخاب ساده‌ای نیست. شپیرو خود نیز به این امر اذعان دارد. اما همانطور که برجس تاکید می‌کند دیدگاهی که در حال حاضر حاکم است نوعی از رویکرد فلسفه‌آخر به شمار می‌آید. شاید بتوان پذیرش این رویکرد را متأثر از پذیرش متافیزیک طبیعی شده (Naturalized metaphysics)

کواین دانست؛ این که متأفیزیک وظیفه دارد به پرسش «چه چیزی هست؟» پاسخ دهد و پاسخ به این پرسش از طریق توصیفی انجام می‌شود که بهترین نظریه علمی از جهان در اختیار ما می‌گذارد (Quine, 2011).

کواین معتقد بود که فلسفه جایگاه خاصی در مقایسه با علوم دیگر ندارد؛ به عبارت دیگر، دیدگاه افلاطونی مبنی بر دسترسی پیشینی به حقایقی مستقل از آنچه علوم تجربی در اختیار ما می‌گذارند نادرست است. فلسفه و منطق بخشی از بدنۀ معرفتی‌ای هستند که علوم تجربی در آن قرار دارد (Quine, 1982: 21). با معیارهایی که او مورد نظر داشت، منطق دوارزشی مرتبۀ اول با این همانی تنها منطق درست است. با ترجمه بهترین نظریه در قالب چنین منطقی، کواین در متأفیزیک خود تنها به اشیای فیزیکی و مجموعه‌ها می‌رسد. البته بعيد به نظر می‌رسد که در نظریه کواین جایگاهی برای متأفیزیک نتیجه منطقی یا صدق منطقی وجود داشته باشد. قائل شدن به وجود هر یک به معنای قرار گرفتن آنها در دامنه یک سور وجودی در بهترین نظریه است و این به معنای ورود در حوزه منطق مرتبۀ دوم است؛ زیرا، نتیجه منطقی و صدق منطقی مفاهیمی فرامنطقی هستند. از نظر کواین منطق مرتبۀ دوم واقعاً همان نظریه مجموعه‌های است که در نقاب منطق ظاهر شده است. به هر حال، در اینجا متأفیزیک کواین معیار نیست. تنها نکته‌ای که در اینجا اهمیت دارد این است که بهترین مسیر دسترسی به متأفیزیک جهان واقع، از طریق بهترین نظریه علمی است. زمانی که این نظریه علمی از یک منطق یا بیش از یک منطق استفاده می‌کند و آن منطق(ها) هم از رابطه نتیجه منطقی سخن می‌گویند؛ نتیجه می‌گیریم که متأفیزیک منطق نیز باید از نتیجه منطقی صحبت کند.

با توجه به دلایلی که ذکر شد، به نظر می‌آید که بهتر باشد که در متأفیزیک منطق بحث از متأفیزیک صدق منطقی را کنار گذاشته و به بحث از متأفیزیک نتیجه منطقی پرداخته شود؛ یا آنطور که در بخش بعدی شرح خواهیم داد بهتر است فرض کنیم که واقعیت‌های منطقی درباره نتیجه منطقی هستند، و نه صدق‌های منطقی.

### ۳. واقع‌گرایی منطقی چیست؟

ما یکل رزنیک واقع‌گرایی منطقی را به صورت جمع دو اصل زیر تعریف می‌کند،  
(وجود) واقعیات منطقی (Logical facts) وجود دارند.

(استقلال) واقعیات منطقی واقعیاتی مستقل از ذهن و زبان هستند.

مفهوم واقعیات منطقی مفهومی عام است که مفاهیمی همچون صدق منطقی و نتیجه منطقی را شامل می‌شود (Resnick, 2000: 182). به دیدگاهی که اصل وجود را نفی می‌کند پوچ‌گرایی منطقی (Logical nihilism) گفته می‌شود. طبیعی است که اگر (وجود) نفی شود، برای اصل استقلال نیز جای بحثی باقی نمی‌ماند؛ زیرا واقعیتی وجود ندارد که بخواهیم از ماهیت آنها صحبت کنیم. اگر کسی اصل وجود را بپذیرد اما اصل استقلال را نفی کند، طبق این تعریف، مانند پوچ‌گرهای منطقی، یک ضدواقع‌گرای منطقی محسوب می‌شود. قراردادگرایی منطقی (Logical conventionalism) نمونه‌ای از ضدواقع‌گرایی منطقی است که در آن اصل وجود پذیرفته می‌شود اما اصل استقلال نفی می‌گردد. قراردادگرایها معتقد هستند که واقعیت‌های منطقی مبتنی بر قراردادهای زبانی هستند. قراردادگرایی رایج‌ترین دیدگاه درباره واقعیت‌های منطقی است و به همین واسطه اصلی‌ترین رقیب واقع‌گرایی محسوب می‌شود.

صحبت از واقعیت‌های منطقی ممکن است کمی دور از ذهن به نظر برسد. شاید بخشی از این حس به خاطر وجود روحیه‌ای ضدمتافیزیکی باشد. اما نمی‌توان به طور کامل آن را به چنین روحیه‌ای نسبت داد. در فلسفه ریاضی، که از حوزه‌های نزدیک به فلسفه منطق محسوب می‌شود، بحث از متافیزیک اشیای ریاضی بخش قابل توجهی از متن‌های مربوط به فلسفه ریاضی را تشکیل می‌دهد. پرداختن به مسئله وجود اشیای ریاضی تا جایی پیش رفته است که مسئله دسترسی معرفتی به این اشیاء جزو اصلی‌ترین مسائل فلسفه ریاضی محسوب می‌شود<sup>۲</sup>. در مقابل در فلسفه منطق شاید واژه «اشیای منطقی» کمتر به چشم بیاید. در بخش گذشته سعی کردیم نشان دهیم که اگر قرار باشد به مسئله متافیزیک پرداخته شود، باید به طور خاص رابطه نتیجه منطقی را شیء اصلی منطق در نظر گرفت. اما اصلاً در قدم اول چرا باید پذیرفت منطق متافیزیک دارد؟ تصور ما این است که پاسخ به این سوال هیچ‌گاه برای کسی که روحیه‌ای ضدمتافیزیکی دارد قانع کننده نخواهد بود. اما برای کسی که در حوزه‌های دیگر فلسفی، بحث‌های متافیزیکی را بحث‌هایی اصیل تلقی می‌کند شاید دو دلیلی که ارائه خواهیم داد کمی در ایجاد نگاهی مثبت به متافیزیک منطق موثر باشد. یا شاید بهتر باشد آنها را صرفاً ایجاد کننده انگیزه تلقی کنیم، و نه دلیل.

انگیزه اول را می‌توان مقایسه‌ای دانست که با فلسفه ریاضی انجام دادیم. برای فلسفه که در حوزهٔ فلسفه ریاضی به وجود مسائل اصیل متافیزیکی در مورد وجود اشیای ریاضی اعتقاد دارد می‌توان این سوال را مطرح کرد که چرا به موازات ریاضیات، برای منطق نباید

چنین مسائل اصیل متافیزیکی را قائل بود؟ این سوال را باید در حالی مطرح کرد که علم منطق دیگر به قیاس‌های اسطوئی محدود نیست و آنچنان پیشرفت کرده است که امروزه بیش از اینکه شاخه‌ای از فلسفه باشد یکی از شاخه‌های ریاضیات است. اگر برای علم حساب، که شاخه‌ای از ریاضیات است، بحث‌های متافیزیکی اصیل وجود دارد چرا برای منطق نباید چنین بحث‌هایی را مطرح کرد؟ همان طور که اجتناب‌ناپذیری (Indispensability) برای واقع‌گرایی ریاضی مطرح است برای واقع‌گرایی منطق هم می‌تواند مطرح باشد (Resnick, 2000: 185). البته این به این معنا نیست که هرکس در فلسفه ریاضی افلاطون‌گر است باید در فلسفه منطق هم افلاطون‌گرا باشد. منظور در اینجا این است که برای کسی که بحث از افلاطون‌گرایی، نام‌گرایی (Nominalism) و صوری‌گرایی (Formalism) در فلسفه ریاضی مطرح است، چرا نباید همین رویکردها در فلسفه منطق مطرح باشد؟ به نظر می‌آید در منطق نوعی قرارداد‌گرایی یا صوری‌گرایی فرض گرفته شده است. در ظاهر امر نیز چنین به نظر می‌آید که واقعیت‌های منطقی واقعاً درباره چیزی مستقل از ذهن و زبان صحبت نمی‌کنند؛ بلکه قراردادی و تحلیلی هستند. اما از زمان کواین می‌دانیم که قرارداد‌گرایی هم خالی از اشکال نیست (Quine, 1936). پس دلیلی وجود ندارد که واقع‌گرایی منطقی به عنوان یک گزینه جدی بررسی نگردد.

علاوه بر این، نتیجه منطقی را به عنوان رابطه‌ای میان مجموعه مقدمه‌ها و نتیجه یک استدلال معتبر تعریف کردیم. تاکید در اینجا روی واژه «رابطه» است. در متافیزیک، رابطه‌ها و وصف‌ها تحت عنوان مسئله کلی‌ها بررسی می‌شوند. به طور مثال، در مورد رنگ قرمز، این سوال مطرح می‌شود که بین تمام اشیای قرمز چه چیزی است که اشتراک دارد. واقع‌گرایان معتقد هستند که کیفیت قرمزبودن چیزی است که تمام اشیای قرمز در آن مشترک هستند. نام‌گرایان این را رد می‌کنند. برای نتیجه منطقی، به طور مشابه، می‌توان پرسید که بین تمام استدلال‌هایی که به لحاظ منطقی معتبر هستند چه چیزی مشترک است؟ آیا یک کیفیت نتیجه منطقی بودن مشترک در استدلال‌ها وجود دارد؟

برای فیلسفی که متافیزیک ریاضیات و مسئله کلی‌ها مسئله‌ای اصیل هستند شاید دو دلیل بالا کمی ایجاد انگیزه کنند تا متافیزیک منطق را نیز جدی بگیرد.

برتراند راسل زمانی که به تحلیل وصف‌های معین (Definite descriptions) می‌پردازد

درباره نسبت علوم انتزاعی مانند منطق با علوم دیگر می‌نویسد،

در چنین نظریه‌هایی [ماینونگ‌گرایی]، به نظر من، حس وفاداری به واقعیت نفسی شده است؛ حسی که حتی در انتزاعی ترین علم‌ها باید وجود داشته باشد. منطق، به عقیده من، نباید اسبِ تکشاخ را موجود بداند، به همان اندازه که جانورشناسی این کار را نباید انجام دهد؛ زیرا منطق، به اندازه جانورشناسی، درباره جهان واقع است، تنها با این تفاوت که به خصوصیات انتزاعی تر و کلی تر می‌پردازد (Russell, 1993: 169).

اما این خصوصیات انتزاعی تر و کلی تر چه هستند که راسل به آنها اشاره می‌کند؟ یک واقع‌گرای منطقی حداقل باید توانایی این را داشته باشد که در مورد ماهیت واقعیت‌های منطقی سخن بگوید. شاید این اصلی ترین چالش برای یک واقع‌گرایی منطقی باشد؛ این که نشان دهد واقعیت‌های منطقی چه هستند و چگونه به آن‌ها دسترسی معرفتی داریم. در این مقاله به مسئله دوم، که معرفتی است، نخواهیم پرداخت. باید توجه داشت که این دو مسئله با این که به همدمیگر مربوط اما مستقل هستند. در این مقاله بحث ما تنها به بعد متافیزیکی محدود است.

#### ۴. واقع‌گرایی در باب صدق منطقی

##### ۱.۴ افلاطون‌گرایی منطقی فرگه

ادموند هوسرل (Edmund Husserl) در کتاب پژوهش‌های منطقی (Logical Investigations) از نوعی واقع‌گرایی منطقی دفاع می‌کند. واقعیات منطقی از نظر هوسرل درباره اشیایی انتزاعی به نام "Bedeutungen" یا «معناها»، که وجودی مستقل از ما دارند، تحقق می‌یابند (Lapointe, 190: 2014). این ایده، یا حداقل چیزی شبیه به آن، توسط فرگه توسعه می‌یابد.<sup>۵</sup> این دیدگاه، همانطور که در ادامه توضیح خواهیم داد، بسیار یادآور افلاطون‌گرایی درباره اشیای ریاضی است. بنابراین، می‌توان دیدگاه هوسرل و فرگه را «افلاطون‌گرایی منطقی» نامید.

خیلی رایج است که گفته می‌شود فرگه منطق را درباره قواعد اندیشه (Laws of thought) می‌داند. این ادعا درست اما ناقص است. او می‌گوید منطق به این معنا درباره قواعد اندیشه است که هنگام اندیشیدن باید از این قواعد کلی پیروی کرد. اما در این رابطه هشدار می‌دهد که نباید این عنوان را با رویکردهای روانشناسی به منطق اشتباه گرفت. اگر معیاری عینی برای سنجش واقعیات منطقی نباشد آنگاه به این رویکرد روانشناسی دچار خواهیم شد؛ اینکه منطق چیزی جز مطالعهٔ فرآیندهای ذهنی نیست. اما اگر معیارهای عینی وجود داشته

باشد، این فرآیندهای ذهنی به واسطه آنها تحقق می‌یابند. او به طور صریح می‌گوید که منظورش از قواعد منطق، قواعد صدق (Laws of truth) هستند. این قواعد صدق هستند که قواعد تفکر را شکل می‌دهند و قواعد صدق روانشناختی نیستند. قواعد منطق مانند قواعد فیزیک هستند، با این تفاوت که در درجه‌ای انتزاعی‌تر قرار می‌گیرند (Frege, 1964: 12-13).

پیش‌تر، دیدگاه فرگه-راسلی را توضیح دادم. منطق نزد فرگه، به شکل دقیق‌تر، علم مطالعه ارزش‌های صدق است. فرگه معتقد بود که مفهوم صدق، موضوع اصلی منطق است. از این دیدگاه نتیجه می‌شود که منطق به مطالعه قواعد صدق می‌پردازد. مفهوم صدق، یک چیز عینی است و مرجع جمله‌های صادق است؛ به همان اندازه که مفهوم کتاب عینی است و مرجع جمله‌های کاذب است (Frege, 2007: 23). در اینجا صرفاً از صادق بودن صحبت نمی‌کنیم؛ بلکه از خود صدق صحبت می‌کنیم. به همان شکل که افلاطون‌گراها در ریاضیات به وجود اعداد در یک جهان افلاطونی قائل هستند، فرگه به وجود صدق در جهان افلاطونی قائل است؛ در واقع می‌توان او را یک افلاطون‌گرای منطقی نامید (Shramko&Wansing, 2018).

همان طور که ریاضیات در مورد حقایق ریاضی، یا اشیای ریاضی موجود در جهان افلاطونی، است؛ منطق نیز درباره حقایق منطقی، یا همان اشیای منطقی موجود در جهان افلاطونی، است. این اشیای منطقی همان صدق و کتاب هستند. و علم منطق درباره این دو مفهوم است. افلاطون‌گرایی منطقی فرگه دو شرط اصل وجود و استقلال را دارد. واقعیت‌های منطقی وجود دارند و درباره اشیای انتزاعی‌ای هستند که در جهان افلاطونی قرار دارند.

## ۲.۴ طبیعت‌گرایی‌مدی

مدی در پژوهه طبیعت‌گرایی (Naturalism) خود سعی دارد از نوعی از واقع‌گرایی منطقی دفاع کند که منطق را مبنی بر جهان فیزیکی کند. او معتقد است که منطق توصیف‌کننده ساختار جهان است (Maddy, 2007: 225). مدی سعی می‌کند با استفاده از مقولات کانتی، این ساختار منطقی جهان را توصیف کند. او این ساختار را جهان KF (Kant-Frege world) نامد که متشکل از اشیاء، وصف‌ها و رابطه‌هاست و پژوهه خود را به عنوان نسخه طبیعی‌سازی شده منطق کانت معرفی می‌کند (Maddy, 2007: 207).

مدى مدعى می‌شود که در نوشتتهای کانت هیچ ادعایی مبنی بر تحلیلی بودن منطق پیدا نمی‌شود. اما در مقابل، چندین بار تکرار می‌کند که منطق پیشینی است. البته کانت به این همانی به عنوان یک گزاره تحلیلی اشاره می‌کند، اما این همانی نقش مهمی در منطق کانت ایفا نمی‌کند. با اینکه مدى نسبت به تالیفی دانستن منطق نزد کانت کراحت دارد، تحلیل خود را با فرض تحلیلی-پیشینی بودن آن ادامه می‌دهد. تحلیلی بودن یک جمله با ساختار موضوع-محمولی برای کانت به این معناست که مفهوم موضوع، محمول را در خود دارا باشد. مشکلی که در اینجا وجود دارد این است که صدق‌های منطقی که با آنها سرو کار داریم ساختار موضوع-محمولی ندارند؛ به طور مثال، اصل طرد شق ثالث. علاوه بر این، گزاره‌هایی هستند که تحلیلی هستند اما به لحاظ منطقی صادق نیستند؛ به طور مثال، «هر مجردی ازدواج نکرده است». به همین خاطر، مدى می‌گوید یک گزاره تحلیلی به لحاظ منطقی صادق است اگر و تنها اگر صدق آن تنها مبنی بر مفاهیم منطقی بیان شده داخل آن باشد. منظور مدى از «مفاهیم منطقی» مفاهیمی مثل سورهای کلی و وجودی، ادات منطقی و مفاهیم مشابه است (Maddy, 1999: 95-98).

در اینجا این سوال مطرح می‌شود که این مفاهیم منطقی پیشینی هستند یا پسینی؟ مدى در تقسیم‌بندی اولیه‌اش منطق را در گروه تحلیلی-پیشینی قرار داد و سعی می‌کند با ارجاع به نوشتتهای مختلف کانت از این دیدگاه دفاع کند. مفاهیم منطقی نزد کانت از طریق انتزاع ادراک‌های حسی درک می‌شوند و منبع آنها نوعی شهود درونی نیست. منطق برای کانت از نظر استعلایی ایده‌آل (Transcendentally ideal) است؛ منطق خصوصیاتی از جهان را بازنمایی می‌کند که مکانیزم شناختی ما تشکیل‌دهنده آن است. بنابراین اگر قرار باشد در دیدگاه کانت جایگاهی برای مفاهیم منطقی قائل باشیم باید جایگاهی برای این مفاهیم در مقولات محض کانت بیابیم. مشکل اینجاست که در مقولات کانت جایگاهی برای مفاهیم منطقی تعریف نشده است. علاوه بر این، این مقولات کامل هستند و جایی برای اضافه کردن مفاهیم منطقی به آنها وجود ندارد (Maddy, 1999: 98).

مدى راه برون رفت از این مشکل را بازنگری در مورد جایگاه منطق نزد کانت می‌داند. او معتقد است که نزدیکی میان مقولات کانت و منطق، از نظر پیشینی بودن، نتیجه درستی است. مدى اشتباه خود را در اینجا می‌بیند که به مقولات و منطق به عنوان مفهوم نگاه کرده است. برای کانت، منطق درباره کلی ترین صورت تفکر در مورد معرفت نطقی-استدلایی (Discursive knowledge)<sup>۷</sup> است؛ و صدق‌های منطقی به واسطه این ساختار

گزاره‌های نطقی-استدلالی صادق می‌شوند. این بار مدى سعی می‌کند به جای شروع از تمايز تحلیلی-تالیفی و پیشینی-پسینی، به طور مستقیم از تعریف کانت از منطق به عنوان کلی ترین صورت تفکر درباره عقل نطقی-استدلالی شروع کند. معرفت نطقی-استدلالی معرفتی است که به واسطه مفاهیم درک می‌شود. عقل نطقی-استدلالی دارای دو قوه است: قوه حسی (Sensibility faculty) و قوه فهم (Understanding faculty). قوه حسی شهودهایی (Intuitive intellect) بی‌واسطه از اشیاء را در اختیار ما می‌گذارد؛ اما برخلاف عقل شهودی (Empirical intellect) اشیاء را آنچنان که هستند در اختیار ما نمی‌گذارد. عقل حسی مواد پسینی را منظم می‌کند و با استفاده از صورت‌های پیشینی، یعنی زمان و مکان، آنها را در اختیار ما می‌گذارد. این داده‌ای که توسط عقل حسی در اختیار ما قرار می‌گیرد، توسط قوه فهم در فرآیند سنتز (Synthesis) قرار می‌گیرد. این قوه، شهودهای زمانی-مکانی را دریافت می‌کند و آنها را با قرار دادن تحت یک مفهوم مفرد تحويل می‌دهد؛ که همان معرفت ما به آن شیء است (Maddy, 1999: 101).

خصوصیت اصلی قوه فهم که امکان انجام سنتز را به ما می‌دهد چیزی است که کانت آن را «وحدت استعلایی ادراک نفسانی» (Transcendental unity of apperception) می‌نامد. صورت منطقی تمام گزاره‌ها مبتنی هستند بر وحدت عینی ادراک مفاهیمی که در بردارند. این وحدت عینی توسط تبعیت از الگوهایی خاص حاصل می‌شود. این الگوها همان صورت‌های منطقی هستند، که شامل موضوع/ محمول، اگر/آنگاه، فصل و غیره می‌شوند. به طور خلاصه می‌توان گفت که عقل نطقی-استدلالی توسط قواعد منطقی محدود شده است. صدق‌های منطقی مبتنی هستند بر ساختار عقل نطقی-استدلالی. با این تفسیر از منطق، صدق‌های منطقی نه تحلیلی هستند و نه تالیفی.

نظریه مدى بیشتر مبتنی بر دو الگوی موضوع/ محمول، یا به زبان فرگهای اشیاء و رابطه‌ها، و اگر/آنگاه است. او ادعا می‌کند که این ساختار استعلایی، با ساختاری در جهانی فیزیکی مطابقت می‌کند؛ که ساختار KF نام دارد (Maddy, 2007: 234-244). میان فرآیندهای شناختی ما و ساختار KF یک رابطه علی وجود دارد. بنابراین باید نظریه مدى را در دو لایه مختلف بررسی کرد. در لایه اول، که استعلایی است، منطق در ساختار مفهوم‌سازی ذهن ما نهفته شده است. در لایه دوم، منطق توصیف‌کننده ساختاری موجود در جهان فیزیکی است. منطقی که در ساختار KF خود را نشان می‌دهد منطق ابتدایی (Rudimentary logic) یا RL نام دارد. این منطق در جهان قابل مشاهده (Macroworld)، برقرار است و به واسطه رابطه

علی‌ای که میان این ساختار و مکانیزم شناختی انسان وجود دارد، انسان آن منطق را می‌پذیرد؛ یعنی حتی ساختار تفکر انسان یک ساختار RL ای دارد. ذهن انسان نسخه‌ای ایده‌آل شده و تقریبی از RL را در نظر می‌گیرد تا ساختاری درجه اول و کلاسیک به وجود آید. این ساختار کلاسیک همواره با ساختار جهان مطابقت ندارد ولی تقریب خوبی از این ساختار است (Maddy, 2007: 286-288).

### ۳.۴ واقع‌گرایی منطقی سایدر

به همان شکل که مدی واقع‌گرایی منطقی خود را با استفاده از مفاهیم کانتی توسعه می‌دهد، سایدر نیز واقع‌گرایی منطقی خود را با استفاده از مفاهیم متافیزیک لوئیس توسعه می‌دهد. در میان نوشته‌های فلسفی لوثیس، دیدگاه‌های متافیزیکی اش بیش از دیدگاه‌های دیگر توجه دیگران را جلب کرده است؛ به خصوص، نظریهٔ واقع‌گرایی وجهی (Modal realism). اما نظریهٔ واقع‌گرایی وجهی بخشی از پروژهٔ تقلیل‌گرایانه (Reductionist) اوست که با عنوان «فرارویدادگی هیومی» (Humeansupervenience)<sup>۸</sup> شناخته می‌شود.

طبق پروژهٔ فرارویدادگی هیومی، در هر جهان منطقاً ممکن یک ساختار متافیزیکی بنیادی (Fundamental) وجود دارد که صدق‌های ممکن (Contingent truths) در آن جهان بر آنها مبتنی می‌شوند. آن طور که لوثیس از بیگلو (Bigelow) نقل قول می‌کند «صدق بر وجود مبتنی است» (Lewis, 1994: 473). لوثیس خودش سعی می‌کند تا مفاهیمی مانند علیت، شرطی‌های خلاف واقع، قوانین و شانس را با استفاده از فرارویدادگی هیومی توصیف کند (Hitchcock, 2015; Hall, 2016). این ساختار که لوثیس از آن سخن می‌گوید یک ساختار عینی است که از توزیع وصف‌ها و رابطه‌های کاملاً طبیعی (Perfectly natural) تشکیل شده است. برای لوثیس، بعضی وصف‌ها و رابطه‌ها نسبت به وصف‌ها و رابطه‌های دیگر طبیعی‌تر هستند. او مفهوم طبیعی بودن را به عنوان یک مفهوم پایه (Primitive notion) معرفی می‌کند. وصف‌ها و رابطه‌های کاملاً طبیعی، به لحاظ متافیزیکی، نسبت به وصف‌ها و رابطه‌های کمتر طبیعی برتری متافیزیکی دارند؛ یعنی این که بازنمایی بهتری از ساختار بنیادی جهان واقع ارائه می‌دهند. لوثیس خود تعریف دقیقی از مفهوم طبیعی بودن ارائه نمی‌دهد. این مفهوم، پایه است. با این حال، سعی می‌کند تا با استفاده از مثال‌هایی آن را توصیف کند. به عنوان مثال، وصفِ قرمز بودن را در نظر بگیرید و از طرف دیگر، وصفی با عنوان «قابلی». یک شی قابلی است اگر و تنها اگر آن شی یا قرمز باشد یا آبی. قرمز بودن

نسبت به قابی بودن طبیعی‌تر است. وصف‌هایی مثل قابی و وصف‌هایی من درآورده (Fabricated) دیگر توصیف مناسبی از ساختار متأفیزیکی جهان ارائه نمی‌دهند. در این دیدگاه متأفیزیکی، واقعیت از توزیع وصف‌ها و رابطه‌های کاملاً طبیعی تشکیل شده است که لوئیس آن را «موزائیک هیومی» (Humean mosaic) می‌نامد.

موزائیک هیومی تنها به عنوان پایه فرارویدادگی (Supervenience basis) صدق‌های ممکن برای لوئیس تعریف شده است. فرارویدادگی هیومی نسبت به حقایق ضروری مانند ریاضیات و منطق ساكت است (Nolan, 2005: 31). رویکرد لوئیس به این گونه حقایق با استفاده از پروژه فرارویدادگی هیومی نیست.

لوئیس بیشتر فعالیت‌های فلسفی خود را به نوعی دفاع، توسعه یا پیاده‌سازی فرارویدادگی هیومی می‌داند. برای او این یک حقیقت پیشینی است که تمام صدق‌های ممکن در یک جهان بر روی سطحی بنیادی از وجود مبتنی است؛ و بنیادی بودن بر مفهوم طبیعی بودن مبتنی است. لوئیس می‌نویسد: «یک نظریه کافی در مورد وصف‌ها، تفاوت‌های میان وصف‌های طبیعی و غیرطبیعی را در نظر می‌گیرد؛ تفاوتی که ترجیحاً درجه‌ایست.» (Lewis, 1983: 347)

مفهوم طبیعی بودن یک مفهوم پایه است و هیچ تعریف دقیقی از آن نداریم. اما لوئیس علاوه بر استفاده از مثال‌ها، سعی می‌کند توصیفی عمومی تر نیز از این مفهوم ارائه دهد. هر رابطه کاملاً طبیعی یک رابطه زمانی - مکانی (Spacetime) است. رابطه‌های زمانی - مکانی شامل رابطه‌های فاصله‌های مکانی، فاصله‌های زمانی و رابطه‌های تصرف (Occupancy) (relations between point-sized things) است. هر وصف کاملاً طبیعی یک وصف ذاتی نقطه‌ها یا متصرف‌های نقطه‌ای نقطه‌های نقطه‌های (Lewis, 1994: 474).

این تصویر از متأفیزیک بنیادی جهان واقع مانند موزائیک‌هایی است که توسط نقطه‌ها یا اشیای نقطه‌ای تصرف شده است؛ و این نقطه‌ها یا اشیای نقطه‌ای وصف‌هایی کاملاً طبیعی دارند و با یکدیگر در رابطه‌های کاملاً طبیعی قرار می‌گیرند. نام «موزائیک هیومی» با استفاده از این توصیف نام‌گذاری شده است. موزائیک هیومی را می‌توان به طور خلاصه این گونه توصیف کرد، «جهان واقع مانند یک نمایشگر بزرگ ویدئو است. واقعیت‌های درباره تصویر این نمایشگر بر وصف‌های ذاتی پیکسل‌ها و رابطه‌های میان آنها مبتنی است. جهان

واقع چهار بعدی است، و مانند این نمایشگر دو بعدی نیست، اما ساختار آنها مشابه است.»  
 (Weatherson, 2015: 102)

سایدر اما پروژه وسیع تری را دنبال می کند. ساختارهایی که سایدر در جهان واقع در نظر می گیرد، تنها محدود به وصفها و رابطه ها نیستند. همانطور که در بالا دیده می شود، طبیعی بودن تنها برای وصفها و رابطه ها مطرح است. پس اگر قصد داشته باشیم طبیعی بودن مفاهیم منطقی را بر اساس دیدگاه لوئیس بررسی کنیم باید بتوانیم آنها را در قالب وصف ها یا رابطه ها نشان دهیم. نتیجه منطقی خود یک رابطه است و می توان در مورد میزان طبیعی بودن آن بحث کرد. ایده سایدر این است که طبیعی بودن را می توان، علاوه بر وصف ها و روابط، در مورد سایر عناصر زبانی نیز به کار گرفت. به طور مشخص در بحث حاضر، نظر سایدر این است که می توان درباره طبیعی بودن ادات منطقی سخن گفت.

توضیح یک اصطلاح در این مرحله از بحث مناسب است. سایدر به تبع لوئیس و با وام گرفتن از افلاطون واژه ها یا مفاهیم متناظر با امور طبیعی را مفصل بُر (Joint-carving) می نامد. «بریدن از مفصل» استعاره ای است برای بیان اینکه واژه ها یا مفاهیم مفصل بر آن هایی هستند که متناظر با تمایزها و تفکیک های عینی در جهان اند. گویی جهان، که ساختار مشخصی دارد، مفاصلی دارد و واژه ها و مفاهیم مفصل بر جهان را از همین مفاصل برش می زند. با این اصطلاح ایده لوئیس این بوده است که برخی محمول ها مفصل بر هستند؛ یعنی همان هایی که متناظر با وصف ها و روابط طبیعی اند. در تعمیم ایده لوئیس، سایدر تمام واژه های موجود در یک جمله را کاندیدای مناسبی برای مفصل بر بودن می داند (Sider, 2011: 85).

یک سوال این است که معیار تشخیص اینکه واژه های مفصل بر است یا نه چیست. معیار سایدر برای انتخاب مفاهیم مفصل بر معیاری کوایینی است: باید متافیزیک بهترین نظریه علمی را باور کرد (Sider, 2011: 12). بنابراین، برای سایدر یک رابطه مفصل بری میان مفاهیم منطقی و جهان واقع مطرح است؛ مفاهیم منطقی ساختار متافیزیکی جهان واقع، یا حداقل بخشی از آن، را بازنمایی می کند. سایدر نیز به غریب بودن بحث از متافیزیک منطق اشاره می کند و حتی به طنز می نویسد: «اگر هنوز تعلق خاطر شما به قرارداد گرایی منطقی باعث می شود نسبت به این سوال ها بدین باشید، دو تا آسپرین بالا بیندازید، (Quine 1936) را دوباره مطالعه کنید و برگردید.» (Sider, 2011: 216)

استدلال سایدر این است که مفاهیم منطق محمولات کلاسیک درجه اول در بهترین نظریه علمی ما از جهان اجتناب ناپذیر هستند، بنابراین آنها را باید مفصل‌بُر تلقی کرد. این مفهوم‌ها ثوابت منطقی هستند. رابطه‌های نتیجه منطقی و صدق منطقی زائد هستند و مفصل‌بُر نیستند؛ پس متفاوتیکی برای آنها نمی‌توان مطرح دانست. او با استفاده از دیدگاه لوئیس-رمزی (Lewis-Ramsey) از قوانین، مفاهیم صدق منطقی و نتیجه منطقی را تبیین کند. این دیدگاه «بهترین سیستم» نام دارد. در این دیدگاه، یک قانون جمله‌ایست که از یک مجموعه جمله‌های صادق نتیجه می‌شود که بین سادگی (Simplicity) و قوّت (Strength) تعادل برقرار می‌کنند<sup>۹</sup>. به عبارت دیگر، یک سیستم مجموعه‌ای از جمله‌های صادق، با دو معیار بالا، است که تحت نوعی رابطه نتیجه بسته است. این رابطه برای سایدر نمی‌تواند رابطه نتیجه منطقی باشد، زیرا دچار دور می‌شود. سایدر ادعا می‌کند که این مجموعه را بدون داشتن هیچ‌گونه مفهومی از نتیجه می‌توان ساخت،

اصل موضوعی کردن یک مجموعه  $S$ ، یک دو تایی مرتب  $\langle A, R \rangle$  است که در آن  $A$ ، مجموعه اصول موضوعه، هر زیرمجموعه‌ای از  $S$  است؛ و  $R$ ، مجموعه قواعد، مجموعه‌ای از رابطه‌هایی روی  $S$ ؛ و  $S$  بستار  $A$  تحت  $R$  است. به عبارت دیگر،  $S$  کوچکترین مجموعه توانی از  $A$  است به طوری که برای هر رابطه  $r \in R$  هر  $s_1, \dots, s_n \in S$  اگر  $s_i \dots s_n \in r$  آنگاه  $s_i \dots s_n \in S$  با توجه به این تعریف‌ها، دیدگاه بهترین سیستم بر هیچ تعریفی از مفهوم نتیجه مبنی نیست (Sider, 2011: 224).

چنانکه ملاحظه می‌شود، در دیدگاه سایدر، در ساختار متفاوتیکی جهان، مفاهیمی همچون نتیجه منطقی و صدق منطقی جایگاهی ندارند. اما وضع در مورد ثوابت منطقی متفاوت است. ثوابت منطقی برای نظریه‌های ما درباره جهان اجتناب ناپذیر هستند. در این رابطه سایدر می‌نویسد آن ثوابتی که خود را در اصول موضوعه نشان می‌دهند ثوابت منطقی هستند. (همان)

با این احوال، به نظر می‌رسد که یک ایراد اساسی در دیدگاه سایدر وجود دارد. در دو نقطه مختلف می‌توان رابطه نتیجه منطقی را مشاهده کرد. نقطه اول در اصول موضوعه است. اصول موضوعه، با در نظر داشتن فrac{ضایای تمامیت و بهنجاری}{از صدق‌های منطقی} هستند. از طرف دیگر نشان دادیم که مفهوم صدق منطقی حالتی خاص از مفهوم نتیجه منطقی است. پس این اصول موضوعه رابطه نتیجه منطقی را در خود دارند. نقطه دوم، قواعد  $R$  هستند. زمانی که سایدر می‌گوید این قواعد مجموعه‌ای از «رابطه‌های

روی  $S$  هستند، منظور از «رابطه» چیست؟ وقتی از قواعد منطقی سخن می‌گوییم این رابطه در قالب رابطه نتیجه منطقی بیان می‌شود. به طور مثال برای قاعدة وضع مقدم می‌نویسیم،  
 $A, A \rightarrow B \models B$

به نظر می‌آید تنها راه درست فهمیدن  $R$  این است که قبول کنیم رابطه نتیجه منطقی در آن وجود دارد و اجتناب ناپذیر است. این نشان می‌دهد که پژوهه سایدر برای حذف نتیجه منطقی از نظریه موفق آمیز نیست.

## ۵. واقع‌گرایی در باب نتیجه منطقی

### ۱.۵ افلاطون‌گرایی در باب نتیجه منطقی

طرح یک نظریه مناسب برای دفاع از واقع‌گرایی در باب نتیجه منطقی شاید خیلی آسان نباشد؛ اما می‌توان شمایی کلی از نظریه‌های ممکن را تشریح کرد. گرینه اولی که همواره در بحث از واقع‌گرایی در هر حوزه‌ای مطرح می‌شود، افلاطون‌گرایی است. دیدیم که افلاطون‌گرایی در باب صدق منطقی چگونه توسط فرگه طرح شد؛ اما افلاطون‌گرایی در باب نتیجه منطقی به چه شکلی می‌تواند باشد؟ هر نظریه مناسبی در این مورد، باید برای واقعیت‌های منطقی ساختار نتیجه می‌دهد (Follows from) را لحاظ کند. این عطف، فصل، اگر-آنگاه یا مفاهیم دیگر نیستند که باید جایگاه خود را در جهان واقع مشخص کنند؛ بلکه، مفهوم فرامنطقی نتیجه منطقی است که ساختار واقعیت‌های منطقی از آن تبعیت می‌کند.

نتیجه منطقی یک رابطه است. بنابراین افلاطون‌گرایی در باب نتیجه منطقی به این معناست که برای مفهوم نتیجه منطقی، یک وجود مستقل از ذهن و زبان در دنیای افلاطونی قائل شویم؛ به عبارت دیگر، نتیجه منطقی یک کلی است. استدلال‌های معتبر، این کلی را معرفی (Instantiate) می‌کنند. به جای ارزش‌های صدق و کذب فرگه، این نتیجه منطقی است که برای خود جایگاهی در دنیای افلاطونی پیدا می‌کند. در اینجا، با تعدد واقعیت‌های منطقی مواجه نیستیم؛ بلکه با تعدد نمونه‌هایی از آن مواجه هستیم. واقعیت منطقی یک چیز است: کلی نتیجه منطقی که در جهان افلاطونی قرار دارد. چنین نظریه‌ای، عینیت منطق را تضمین می‌کند. حتی اگر هیچ انسانی وجود نداشته باشد، هیچ زبانی برای برقراری ارتباط وجود نداشته باشد، یا اصلاً هر دو وجود داشته باشند و به هر دلیلی انسان‌ها روزی تصمیم بگیرند که هیچ استدلالی انجام ندهند؛ منطق جایگاه خود را داراست.

## ۲.۵ طبیعت‌گرایی در باب نتیجه منطقی

اگر واقع‌گرایی از نوع غیرافلاطونی مورد نظر باشد، باید در جهان طبیعی جایگاهی برای نتیجه منطقی یافتد. با تکیه بر دیدگاه ارسطو درباره کلی‌ها، می‌توان گفت که نتیجه منطقی در استدلال‌های قابل درک وجود دارد؛ و نه مستقل از آنها. ارسطو در بخش ۲ از کتاب دوم فیزیک می‌نویسد،

نکته دیگری که باید درنظر بگیریم تفاوت میان یک ریاضی‌دان و فیزیک‌دان است. واضح است که اجسام فیزیکی دارای سطح، حجم، خطوط و نقاط هستند؛ و اینها همگی موضوع ریاضیات هستند ... با این حال، یک ریاضی‌دان این چیزها را به عنوان حدود اجسام فیزیکی یا ویژگی‌های این اجسام بررسی نمی‌کند؛ بلکه، آنها را جدا می‌کند. به همین خاطر است که در ذهن، از حرکت قابل تفکیک هستند و جداکردن آنها مشکلی ایجاد نمی‌کند ... هنادسه به طول اجسام فیزیکی می‌پردازد، اما نه به عنوان یک جسم فیزیکی؛ نورشناسی هم به مطالعه طول‌های ریاضی می‌پردازد، اما نه به عنوان جسمی ریاضی .(Physics, Book II, Part II)

باید توجه داشت تنها به این خاطر که اشیای ریاضی قابل درک هستند نمی‌توان گفت که ریاضیات علمی است که درباره اشیای قابل درک است. از طرف دیگر، نمی‌توان ادعا کرد که این اشیاء در جهانی افلاطونی ساکن هستند. برای ارسطو، اشیای ریاضی در طبیعت وجود دارند؛ اما ریاضیات صورتی انتزاع شده از این اشیاء را مورد مطالعه قرار می‌دهد. در افلاطون‌گرایی، اشیای ریاضی از نمونه‌هایشان در طبیعت به لحاظ متافیزیکی مستقل هستند. برای ارسطو اینطور نیست. به طور مثال، اعداد طبیعی برای ارسطو حاصل انتزاعی(Abstraction) است که از اشیای با تعداد متناظر داریم. زمانی که با سه سبب مواجه می‌شویم، تمام تفاوت‌ها و شباهت‌ها و حتی سبب‌بودن آنها را در ذهن خود کنار می‌گذاریم و به عدد سه دست می‌یابیم. این عدد سه، یک صورت ارسطوی است؛ که برخلاف صورت افلاطونی، در اشیای فیزیکی موجود است و وجودی مستقل ندارد.

همین تحلیل را می‌توان برای نتیجه منطقی پیاده‌سازی کرد. رابطه نتیجه منطقی وجود دارد؛ اما این وجود در استدلال‌های معتبر است و پدیده‌ای فراتر از آنها در جهانی مستقل نیست. زمانی که با یک استدلال معتبر مواجه می‌شویم، تمام ویژگی‌های تصادفی گزاره‌های مقدمه و نتیجه را کنار می‌گذاریم. چیزی که باقی می‌ماند صورتِ منطقی گزاره‌هاست. از اینجا صورتِ منطقی استدلال‌های معتبر به دست می‌آید.

استقرای شمارشی (enumerative induction) میل (Mill) نیز بی‌شباهت به دیدگاه ارسسطو نیست. میل معتقد بود که قوانین منطق و ریاضیات را می‌توان با استفاده از استقرای شمارشی تبیین کرد. او در چارچوب منطق ارسسطوی سعی داشت این رویکرد را پیاده‌سازی کند. میل درباره اعداد می‌نویسد،

هر عددی باید عدد (تعداد) چیزی باشد: هیچ چیزی به اسم عدد به طور انتزاعی وجود ندارد. ده یعنی ده جسم، یا ده صدا، یا ده ضربهٔ نبض. اما می‌توانند عدد (تعداد) هر چیزی باشند. بنابراین، گزاره‌هایی که دربارهٔ اعداد هستند این ویژگی قابل توجه را دارند که گزاره‌هایی دربارهٔ همه چیز هستند؛ همه اشیاء، همه موجودات از هر نوعی که با آنها مواجه شده‌ایم، همه چیز تعداد دارند؛ یعنی از اجزایی تشکیل شده‌اند که قابل شمارش هستند ... جبر این عمومی‌سازی را توسعه می‌دهد: هر نماد جبری نمایندهٔ تمام اعداد هست، بدون هیچ تمایزی ... عجیب نیست که نمادهای جبری هیچ تصور خاصی در ذهن ما ایجاد نمی‌کنند ... زمانی که از نماد  $x$  صحبت می‌کنیم، نیازی نیست که هر چیزی که تحت آن قرار می‌گیرد تصور کنیم؛ بلکه کافی است یک چیز را تصور کنیم؛ هر چیزی (Mill, 2017: 122).

با استفاده از استقرای شمارشی، هر چیزی که مشاهده می‌کنیم را می‌توانیم عمومی‌سازی کنیم. در مورد نتیجهٔ منطقی ما با استدلال‌های معتبر زیادی مواجه می‌شویم. از این استدلال‌های معتبر یک صورتٖ منطقی معتبر را استقراء می‌کنیم. به عنوان مثال، قیاس منفصل را در نظر بگیرید،

$$A \vee B, \neg B \vDash A$$

هر انسان در ابتدا با نمونه‌ای از این استدلال مواجه شده‌است. به طور مثال، کودکی را فرض کنید که اسباب‌بازی خود را پیدا نمی‌کند و با خود می‌گوید: «یا مادرم اسباب‌بازی را برداشته است یا پدرم؛ اما پدرم امروز خانه نبوده است؛ بنابراین، مادرم اسباب‌بازی را برداشته است». به مرور زمان با رشد ذهنی بیشتر، مثال‌های پیچیده‌تری را تصور می‌کند و در نهایت صورتٖ منطقی قیاس انفصالی را می‌سازد. این صورت‌های منطقی مانند نمادهای جبری میل هستند؛ هیچ تصور خاصی ایجاد نمی‌کنند و صرفاً شکل عمومی‌شده‌ای از نمونه‌هایی هستند که با آنها روبرو شده‌ایم. اعتبار اولیهٔ نمونه‌ها از اینجا ناشی می‌شود که حالت نقضی برای آن نمونهٔ خاص متصور نیست. وقتی کودکِ مثال بالا، تنها دو گزینهٔ پیش روی خود دارد و یکی از آن گزینه‌ها متفقی است؛ حالت دیگری برای او متصور نیست جز

اینکه گرینه دیگر را صادق بداند. درک این اعتبار به قدری آسان است که خرسپیوس (Chrysippus) آن را اصل سگ (The Dog Principle) می‌نامد؛ به این واسطه که هرگاه یک سگ به دنبال غذا به سر دوراهی می‌رسد و یک طرف را بو می‌کند و می‌بیند خبری از بوی غذا نیست، بلافصله به سمت دیگر حرکت می‌کند (Burgess, 2009: 99-100).

در دیدگاه میلی، نتیجه منطقی به واسطه نمونه‌هایش وجود دارد. اگر هیچ نمونه‌ای وجود نداشته باشد نمی‌توان استقرای شمارشی را به کار برد و صورت‌های منطقی استدلال‌های معتبر را ساخت. منطق در دیدگاه میل، کاملاً تابع رفتار اشیاء است. برای درک بهتر این مسئله مثال پدیده برهمنهی (Superposition) در سطح ذرات زیراتمی را فرض کنید. در این پدیده، ذراتی شلیک می‌شوند که تنها دو مسیر پیش رو دارند؛ اما آن طور که آبرت می‌نویسد اتفاقی عجیب روی می‌دهد،

پس در اینجا با چنین چیزی مواجه هستیم: الکترون‌هایی که از این دستگاه عبور می‌کنند، تا آنجایی که ما می‌توانیم درک کنیم، نه مسیر  $h$  را می‌روند و نه مسیر  $s$  و نه هر دو و نه هیچ کدام. مشکل اینجاست که این چهار حالت تنها چهار حالت منطقی ای هستند که قادر به درک آنها هستیم (Albert, 1994, p. 11).

در اینجا یا باید برای الکترون‌ها ویژگی‌هایی خارق‌العاده در نظر بگیریم یا اینکه اقدام به اصلاح منطق کلاسیک کنیم. منطق کوانتم همین مسیر را پیش می‌گیرد و سعی می‌کند با حذف قاعده توزیع‌پذیری (Distributive law)، منطق کلاسیک را اصلاح کند. اگر چنین نمونه‌هایی به اندازه کافی وجود داشته باشند، با استقرای شمارشی می‌توان صورت‌های منطقی معتبر آن را ساخت. حداقل در حوزه ذرات زیراتمی این نتیجه منطقی منطق کوانتم است که در نمونه‌های استدلال‌های معتبر قرار دارد؛ زیرا حالت‌های نقض، متناسب با مشاهدات تعیین می‌شود. در نتیجه می‌توان ادعا کرد که بیش از یک نوع رابطه نتیجه منطقی در طبیعت وجود دارد. رفتار این ذرات، برای میل صورت‌های منطقی استدلال‌های معتبر را تعیین می‌کند. با تمام پیچیدگی‌هایی که در واقع‌گرایی مددی و ساییدر دیدیم، می‌توان واقع‌گرایی آنها را از همین جنس طبقه‌بندی کرد؛ البته با این تفاوت اساسی که واقع‌گرایی آنها درباره صدق منطقی بود.

## ع. جمع‌بندی

در این مقاله ابتدا سعی کردیم استدلال کنیم که بهتر است که موضوع اصلی منطق را رابطه نتیجه منطقی بدانیم و نه صدق‌های منطقی. یک وجه ترجیح این است که نتیجه منطقی مفهومی عامتر از صدق منطقی است. با موضوع قرار دادن نتیجه منطقی چیزی از دست نمی‌رود، گرچه چیزهای بیشتری نیز به دست می‌آید. وجه دیگر ترجیح این است که فلسفه یک علم باید به عمل عالمان آن علم پای‌بند باشد. منطق‌دانان در عمل درباره نتیجه منطقی پژوهش می‌کنند؛ پس، فلسفه منطق نیز باید موضوع منطق را نتیجه منطقی بداند و نه صدق منطقی.

در ادامه دلایل یا انگیزه‌هایی برای بحث از متأفیزیک منطق را بیان کردیم. یک دلیل برای پرداختن به متأفیزیک منطق مقایسه فلسفه منطق با فلسفه ریاضیات است. با توجه به نزدیکی منطق و ریاضیات در قرن اخیر و عدم تفکیک روشن میان این دو حوزه از علوم، این مقایسه اهمیت خواهد داشت. اگر در فلسفه ریاضیات مسائل مهمی درباره متأفیزیک ریاضیات هست، چرا نباید در فلسفه منطق چنین مسائلی باشد؟ دلیل دیگر این است که در نگاه منطق‌دانان، نتیجه منطقی یک رابطه است. مسائل و پژوهش‌های گسترده‌ای درباره رابطه‌ها در متأفیزیک وجود داشته و دارد. این نشان می‌دهد که می‌توان این نگرش متأفیزیکی به رابطه‌ها را در مورد خاص رابطه نتیجه منطقی پیاده‌سازی کرد و مورد پژوهش قرار داد.

با این فرض که منطق باید با توجه به موضوعش دارای متأفیزیک باشد، در دو جبهه صدق منطقی و نتیجه منطقی به بحث از متأفیزیک منطق می‌توان پرداخت. در این مقاله در جبهه صدق منطقی سه نظریه واقع‌گرایی فرگه، مدلی و سایدر را بررسی کردیم و در برخی موارد استدلال کردیم که کاستی‌هایی در آن‌ها هست. در انتهای، سعی کردیم الگویی کلی از نظریه‌های ممکن برای متأفیزیک نتیجه منطقی را ارائه دهیم. این الگویی کلی متاثر از یکی از انگیزه‌های پرداختن به متأفیزیک منطق بوده است: اینکه نتیجه منطقی یک رابطه است. سعی کردیم نشان دهیم که نظریه‌های مختلف درباره نحوه تحقق رابطه‌ها می‌توانند الگویی برای انواع واقع‌گرایی منطقی را پیش چشم قرار دهند.

## پی‌نوشت‌ها

۱. جالب است بدانیم که به نظر برخی از منطق‌دانان معاصر این نگاه جدید نیست، بلکه در طول تاریخ منطق همواره این‌گونه بوده است، مگر در دوره فرگه‌سراسلی. این دوره نوعی ناهنجاری در تاریخ منطق بوده است (Dunn & Hardegree 2001; 184).
۲. برای مقایسه به (1995) Shapiro و (2000) Read مراجعه کنید.
۳. منظور قرن پیشتم است.
۴. برای اطلاعات بیشتر رجوع شود به (1983) Benacerraf و (1998) Balaguer.
۵. در (1970) Łukasiewicz نیز می‌توان دیدگاه مشابهی یافت.
۶. مددی در (1999) Maddy اقرار می‌کند که در تفسیر کانت تخصص ندارد اما امیدوار است که نظریه‌اش، مستقل از میزان وفاداری به کانت، خود مورد بررسی و توجه قرار گیرد.
۷. ترجمه Discursive به نطقی-استدلایلی را وامدار ادیب سلطانی هستیم.
۸. به نظر نگارندگان معادل مناسبی برای supervenience در زبان فارسی پیشنهاد نشده است. دشواری معادل‌یابی از جهتی مربوط است به اینکه این کلمه در زبان انگلیسی نیز برساخته متخصصین بوده است؛ نظری «electron» در فیزیک. ترجیح نگارندگان در چنین مواردی همان کاری است که در جامعه فیزیک با «electron» انجام شده است: به کارگیری «الکترون». در هر حال، بنا بر پیشنهاد داور ناشناس محترم در این مقاله از «فرارویدادگی» استفاده خواهیم کرد.
۹. برای جزئیات بیشتر مراجعه شود به (2015) Eddon & Meacham.

## کتاب‌نامه

- Albert, D. Z. (1994). *Quantum Mechanics and Experience*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Aristotle. (n.d.). *Physics*. Retrieved from The Internet Classics Archive:  
<http://classics.mit.edu/Aristotle/physics.2.ii.html>
- Aristotle. (n.d.). *Prior Analytics*. Retrieved from The Internet Classics Archive:  
<http://classics.mit.edu/Aristotle/prior.1.i.html>
- Balaguer, M. (1998). *Platonism and Anti-Platonism in Mathematics*. Oxford: Oxford University Press.
- Benacerraf, P. (1983). Mathematical Truth. In P. Benacerraf, & H. Putnam, *Philosophy of Mathematics: Selected Readings* (pp. 403-420). Cambridge: Cambridge University Press.
- Burgess, A. G., & Burgess, J. P. (2011). *Truth*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press.
- Burgess, J. P. (2009). *Philosophical Logic*. Princeton: Princeton University Press.

- Eddon, M., & Meacham, C. (2015). No Work for a Theory of Universals. In B. Loewer, & J. & Schaffer, *A Companion to David Lewis*. Oxford: John Wiley & Sons.
- Etchemendy, J. (1988). Tarski on Truth and Logical Consequence. *Journal of Symbolic Logic*, 51-79.
- Etchemendy, J. (1999). *The Concept of Logical Consequence*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.
- Frege, G. (1964). *The Basic Laws of Arithmetic: Exposition of the System*. Berkeley, California: University of California Press.
- Frege, G. (2007). On Sense and Reference. In M. Davidson, *On Sense and Direct Reference: Readings in the Philosophy of Language* (pp. 18-33). McGraw-Hill Companies.
- Hall, N. (2016, December 21). *David Lewis's Metaphysics*. Retrieved from The Stanford Encyclopedia of Philosophy: <https://plato.stanford.edu/entries/lewis-metaphysics/>
- Hitchcock, C. (2015). Lewis on Causation. In B. Loewer, & J. Schaffer, *A Companion to David Lewis*. Oxford: John Wiley & Sons.
- Kleene, S. C. (1967). *Mathematical Logic*. Mineola, New York: Dover Publications.
- Lapointe, S. (2014). Bolzano's Logical Realism. In P. Rush, *The Metaphysics of Logic*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Lewis, D. (1983). New Work for a Theory of Universals. *Australasian Journal of Philosophy*, 61(4), 343-377.
- Lewis, D. (1994). Humean Supervenience Debugged. *Mind*, 103(412) 473-490.
- Lukasiewicz, J. (1970). *Selected Works*. Amsterdam: North-Holland, and Warsaw: PWN.
- Maddy, P. (1999). Logic and the Discursive Intellect. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 40(1): 94-115.
- Maddy, P. (2007). *Second Philosophy: A Naturalistic Method*. Oxford: Oxford University Press.
- Mill, J. S. (2017). *A System of Logic*. Retrieved from Early Modern Texts: [www.earlymoderntexts.com](http://www.earlymoderntexts.com)
- Nolan, D. (2005). *David Lewis*. Hoboken: Taylor and Francis.
- Plato. (2007). *The Republic*. London: Penguin Books Ltd.
- Quine, W. V. (1936). Truth by Convention. *Journal of Symbolic Logic*, 77-106.
- Quine, W. V. (1982). *Theories and Things*. Cambridge: Massachusetts: Harvard University Press.
- Quine, W. V. (2011). On What There Is. In S. M. Cahn, R. B. Talisse, & S. F. Aikin, *Thinking About Logic: Classic Essays* (pp. 189-210). Boulder, Colorado: Westview Press.
- Read, S. (1995). *Thinking about Logic*. Oxford: Oxford University Press.
- Resnik, M. D. (2000). Against Logical Realism. *History and Philosophy of Logic*, (2) 181-194.
- Rush, P. (2014). *The Metaphysics of Logic*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Russell, B. (1993). *Introduction to Mathematical Philosophy*. New York: Dover Publications.
- Shapiro, S. (2000). *Thinking about Mathematics*. Oxford: Oxford University Press.

- Shramko, Y., & Wansing, H. (2018, Spring). *Truth Values*. Retrieved from The Stanford Encyclopedia of Philosophy: <https://plato.stanford.edu/archives/spr2018/entries/truth-values>
- Sider, T. (2011). *Writing the Book of the World*. Oxford: Oxford University Press.
- Smith, R. (2018, Winter). *Aristotle's Logic*. Retrieved from The Stanford Encyclopedia of Philosophy: <https://plato.stanford.edu/archives/win2018/entries/aristotle-logic>
- Weatherson, B. (2015). Humean Supervenience. In B. Loewer, & J. Schaffer, *A Companion to David Lewis*. Oxford: John Wiley & Sons.