

ملاحظات در نظر ویلیامسن درباره تنش میان منطق غیر کلاسیک و کاربردپذیری ریاضیات

مسعود الوند*

مرتضی حاج حسینی**، امیر احسان کرباسی زاده***

چکیده

مشکلات منطق کلاسیک در توضیح مسائلی همچون پارادکسهای معنا شناختی، مسئله ابهام و پدیده‌های کوانتومی موجب شده تا منطقدانها در صدد صورتبندی منطقی غیر کلاسیک برآیند که اینگونه مسائل در آن برنخیزد. با این حال، رشد غیرقابل انکار علم ریاضی و نفوذ گسترده آن در سایر شاخه‌های علمی، اغلب منطقدانهای غیر کلاسیک را بر آن داشته تا با جدا کردن حوزه استدلالی ریاضیات از غیر ریاضی، بر پیروی استدلالهای ریاضیات از اصول منطق کلاسیک تاکید کنند. اما، ویلیامسن نشان می‌دهد که راهبرد جداسازی حوزه ریاضیات از غیر آن و پایبندی به منطق غیر کلاسیک در حوزه‌های غیر ریاضی موجب اختلال در کاربردپذیری ریاضیات می‌شود و منطقدان غیر کلاسیک باید به فکر حل این مسئله باشند. در این نوشتار ضمن بیان استدلالهای ویلیامسن در تنش میان طرفداری از منطق غیر کلاسیک و کاربردپذیری ریاضیات و تاکید بر برخی از آنها، نشان می‌دهیم که برخلاف نظر ویلیامسن، فعالیت علمی مبتنی بر استنتاج قیاسی یکسره از منطق کلاسیک تبعیت نمی‌کند و بنابراین تنش مذکور گاهی فروکش می‌کند.

* دانشجوی دکتری منطق، دانشگاه اصفهان، alvandm@gmail.com

** دانشیار گروه فلسفه، دانشگاه اصفهان (نویسنده مسئول)، mtzh.hosseini2006@yahoo.com

*** دانشیار گروه فلسفه، دانشگاه اصفهان، amir_karbasi@yahoo.com

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۱/۱۱، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۵/۲۳

کلیدواژه‌ها: مسئله ابهام، منطق غیر کلاسیک، کاربردپذیری ریاضیات، ویلیامسن، پارادکس
مقدمه

۱. مقدمه

انگیزه‌های مختلفی موجب تجدیدنظر در منطق کلاسیک و ارائه منطقی‌های غیر کلاسیک شده است. پارادکسهای معناشناختی (semantical paradoxes)، پدیده‌های کوانتومی و مسئله ابهام (vagueness) از جمله علل تجدیدنظر در منطق کلاسیک و صورتبندی منطقی است که مشکلات مذکور در آن منحل شوند. بدین طریق، برخی از منطقدانهای برجسته، همچون تیموتی ویلیامسن (Timothy Williamson) و گراهام پریست (Graham Priest)، بر آن شده‌اند که تجدیدنظر در نظریات منطقی و انتخاب نظریه برتر از همان قواعدی پیروی می‌کند که در سایر علوم از آنها تبعیت می‌شود. برای مثال، از نظر ویلیامسن در همه شاخه‌های علوم، گزینش معقول یک نظریه از بین سایر نظریات، فارغ از آنکه آن نظریه متصدی توضیح چه امری است، براساس روش‌شناسی استنتاج به بهترین تبیین (inference to the best explanation) یا نظریه‌ربایی (abduction) صورت می‌گیرد:

گزینش نظریات علمی بطور وسیعی از روش‌شناسی نظریه‌ربایی تبعیت می‌کند. [...] مسلماً نظریه‌های علمی متناسب با میزان همسازیشان با شواهد مقایسه می‌شوند، ولی علاوه بر آن، فضائی همچون قوت (Strength)، سادگی (simplicity)، زیبایی (Elegance) و قدرت وحدت بخشی (unification) نیز در این قیاس شریکند. بدین طریق ممکن است با مسامحه از استنتاج به بهترین تبیین سخن بگوییم، اگرچه در مورد قضایای منطقی بطور خاص، منظور از توضیح، توضیح علی نیست، بلکه هدف فرآیند وسیعتری است که عبارت از جمع‌آوردن اطلاعات متنوع زیر چتر تعمیمهای است که آن اطلاعات را به نحوی روشنگر وحدت می‌بخشند. ([15]: p.14).

بویژه آنکه، براساس روش‌شناسی فوق، رد یا پذیرش نظریات منطقی، دست کم در حوزه کاربردیشان، بیش از همه تابع سازگاری یا ناسازگاری با داده‌ها و شواهد پذیرفته شده است و از جمله مهمترین شواهدی که همواره نظریه‌پردازی منطقدانها را تحت‌تاثیر خود قرار داده است، استدلالهای ریاضیاتی است.

تنومند شدن درخت ریاضیات از یک سو و کاربرد آن در سایر شاخه‌های علمی از سوی دیگر، اغلب منطقدانان غیر کلاسیک را واداشته تا با احتیاط بیشتری با شواهد این

حوزه استدلالی برخورد کنند و علی‌رغم طرفداری از منطقی غیر کلاسیک، پیروی استدلال‌های ریاضیاتی از منطق کلاسیک را تصدیق کنند. بجز منطقدانان شهودگرا که با حمایت از ریاضیات شهودگرایانه قصد در انداختن ریاضیاتی بدیل برای ریاضیات کلاسیک دارند، اغلب منطقدانان غیر کلاسیک از ریاضیات رایج حمایت می‌کنند و با وجود شکست برخی قضایا و قواعد منطق کلاسیک در زمینه‌های غیر ریاضیاتی، صدق آنها در حوزه ریاضیات را به رسمیت می‌شناسند. برای مثال، هارتری فیلد (Hartry Field) با وجود ناکارآمدی اصل طرد شق ثالث در مواجهه با پارادکس خرمن معتقد است:

«احتمالاً طرد شق ثالث در سراسر ریاضیات، و در واقع هر کجا ابهام یا تعیین ناپذیری در کار نیست، برقرار است.» ([1]: p.101)

گذشته از این، برخی منطقدانان کلاسیک، همچون برجس (Burgess)، پا را از این هم فراتر نهاده و منطق غیر کلاسیک را از آن رو به نقد کشیده‌اند که در صورت‌بندی استدلال‌های ریاضیات استاندارد ناتوان هستند:

... بدون تردید به اثبات رسیده است که استدلال‌های ریاضیات استاندارد نمی‌تواند بطور [منطق] ربطی صورت‌بندی شود. با توجه به همه کارهای می‌یر (Meyer)، به نظر می‌رسد که برای نیمی از مشهورترین قضایای نظریه اعداد مقدماتی (از جمله این قضیه که هر عدد طبیعی برابر است با مجموع مربعات دو عدد دیگر) هیچ اثبات قابل قبول ربطی نمی‌شناسیم... ابداعات می‌یر بطور غیر قابل انکاری هوشمندانه‌اند اما همان اندازه هوشمندی نشان می‌هد که ربط‌گرایی با فعالیت ریاضیات استاندارد مغایرت دارد. ([2]: 222-3)

در این حالت شاید یکی از آسان‌ترین راهها برای منطقدان غیر کلاسیک آن باشد که، همچون نظریه پردازان فیزیک نسبیت که مکانیک نیوتنی را در بعضی حالات تقریب خوبی برای بیان واقعیت می‌دانند، منطق کلاسیک را نه برای همه، بلکه برای برخی اهداف تقریب خوبی برآورد کند. برای مثال، برآورد کند که منطق کلاسیک در زمینه ریاضیات متداول به اندازه کافی خوب است ولی در مواجهه با پارادکس ابهام ناکام است؛ و در مقابل، منطق غیر کلاسیک را نه بعنوان تقریب خوبی در زمینه ریاضیات، ولی، مثلاً با وجود پارادکسهای استلزام در این منطق، آن را تقریب بهتری برای رابطه پیامد منطقی واقعی بداند.

به نظر می‌رسد که پیش فرض این رویکرد به نظریات منطقی آنستکه زمینه‌هایی که در آن به ریاضیات نیاز داریم جدا از زمینه‌هایی است که به منطق غیر کلاسیک متوسل

می‌شویم. اما از نظر ویلیامسن، این پیش‌فرض اگر غیرممکن نباشد، قبولش بسیار مشکل است (20: [3]). برای مثال، از آنجا که مکانیک کوانتومی ریاضیات متداول را بطور فراگیر به کار می‌گیرد، منطقدانانی که در مواجهه با پدیده‌های کوانتومی منکر قاعده توزیع‌پذیری عطف می‌شوند و منطق کوانتومی را بعنوان بدیلی برای منطق کلاسیک معرفی می‌کنند، باید ریاضیاتی مبتنی بر منطق کوانتومی بنا کنند تا نظریه پردازان فیزیک کوانتومی در محاسبات خود بجای ریاضیات کلاسیک از آن استفاده کنند.

مسئله تنش میان منطقهای غیرکلاسیک و کاربردپذیری ریاضیات تنها به استفاده از آن در سایر شاخه‌های علمی محدود نمی‌شود و چنانکه ویلیامسن نشان می‌دهد، درمورد دامنه عمل قضایا و قواعد منطق (های غیرکلاسیک)، جدا دانستن حوزه ریاضیات از سایر حوزه‌ها، کاربردپذیری آن در استفاده‌های روزمره را نیز دچار اختلال می‌کند. در این نوشتار برآنیم تا مسئله تنش میان طرفداری از منطق غیرکلاسیک و کاربردپذیری ریاضیات را بیان کنیم و ببینیم تا چه اندازه استدلالهای ویلیامسن در نقد منطق غیرکلاسیک در قبال این تنش و حمایت از منطقی که ریاضیات برآن مبتنی است غیرقابل انکار است.

اما پیش از آن به یکی از خاستگاههای منطقهای غیرکلاسیک اشاره می‌کنیم که بعضی قضایا و قواعد منطق کلاسیک در آن نقض می‌شود. در بخش دوم از این نوشتار، مسئله ابهام و بعضی صورتهای مختلف آن را بیان می‌کنیم. بعد از بیان این مسئله و پاسخهای غیرکلاسیک به آن است که استدلالهای ویلیامسن در مورد لوازم پایبندی به منطقهای غیرکلاسیک در کاربردپذیری ریاضیات آشکارتر می‌شود. پس از بیان نظرات ویلیامسن در بخش سوم، در بخش چهارم نگارنده ملاحظاتی خود درباره استدلالهای ویلیامسن را عرضه می‌کند اما روشن است که ابتناء استدلالهای حوزه ریاضیات بر منطق کلاسیک و کاربردپذیری آن، مسئله‌ای نیست که در بخش کوچکی از یک نوشتار مطرح و پاسخ منطق غیرکلاسیک به آن یکجا بیان شود.

۲. مسئله ابهام و بعضی راه‌حلهای غیرکلاسیک

محمول، کودک بودن، در معنای زیست‌شناختی (و نه قانونی) آن را در نظر بگیرید. فرض کنید سالروز تولد چهارسالگی بیژن است و در این حالت بدون هیچ تردیدی او را کودک می‌خوانیم؛ بنابراین جمله، بیژن در صفر ثانیه بعد از تولد چهارسالگی کودک است، که آن را با M_0 نشان می‌دهیم، جمله‌ای بوضوح صادق است. در اینصورت اگر M_0 صادق باشد، در

یک ثانیه بعد از ساعت تولد چهار سالگی نیز بیژن کودک است و بنابراین جمله 'بیژن یک ثانیه بعد از تولد چهار سالگی کودک است'، که آن را با M_1 نشان می‌دهیم، نیز صادق است. با ادامه این زنجیره از استدلالها، جملاتی به شکل 'بیژن n ثانیه بعد از تولد چهار سالگی کودک است' خواهیم داشت که همگی براساس صدق مقدمات و کاربرد قاعده وضع مقدم، صادق خواهند بود. از جمله، اگر $n=946080000$ باشد، جمله M_n بصورت 'بیژن ۹۴۶۰۸۰۰۰۰ ثانیه بعد از تولد چهار سالگی کودک است' باید صادق باشد، درحالیکه زمان مذکور بیانگر ۲۹ سالگی بیژن است و M_n بوضوح کاذب است!

استدلال فوق معروف به پارادکس خرمن (sorites paradox) است که برای محمولهای مبهمی، همچون 'کوچک بودن'، 'بزرگ بودن'، 'بلند قد بودن'، 'قرمز بودن' و...، که حد و مرز تعیین‌ناپذیری (indeterminable) دارند قابل بیان است. بیان پارادکس خرمن بصورت فوق به شکل زنجیره‌ای از استنتاجهای حاصل از کاربرد قاعده وضع مقدم است که به شکل زیر نمایش داده می‌شود:

$$\begin{array}{c} \frac{M_0 \quad M_0 \rightarrow M_1}{M_1 \quad M_1 \rightarrow M_2} \\ M_2 \\ \vdots \\ \frac{M_{k-1} \quad M_{k-1} \rightarrow M_k}{M_k} \end{array}$$

چنانکه ملاحظه می‌شود، صدق نتیجه M_i در بالا بطور زنجیروار از دو مقدمه بوضوح صادق، بدین صورت حاصل شده است که از $M_0 \rightarrow M_1$ و $M_1 \vdash M_1 M_0$ و $M_2 \vdash M_2 M_1, M_1 \rightarrow M_2$ بصورت زیر صدق M_2 را نتیجه گرفته‌ایم:

$$\begin{array}{l} M_1, \\ M_1 \rightarrow M_2 \\ \vdash M_2 M_0, \\ M_0 \rightarrow \end{array}$$

تا در نهایت به صدق M_n حکم کرده‌ایم.

قاعده فوق بنام قاعده ساختاری (structural) برش (Cut) مطرح است که بصورت زیر بیان می‌شود:

$$\text{if } \Gamma \Rightarrow \Delta, A \text{ and } A, \Pi \Rightarrow \Sigma \text{ then } \Gamma, \Pi \Rightarrow \Delta, \Sigma \quad (1)$$

در این حالت، با توجه به صدق غیر قابل تردید دو مقدمه اولیه، به نظر می‌رسد که تنها دو راه برای جلوگیری از پارادکس خرمن فوق وجود دارد: (۱) نامعتبر دانستن قاعده وضع مقدم، چنانکه بیل (JC Beal) می‌داند ([4]) و (۲) نامعتبر شمردن قاعده برش، چنانکه رایپلی (David Ripley) می‌شمرد ([5]).

با این همه، ابهام صرفاً مسئله‌ای در مورد محمولهای مبهم نیست، بلکه در مورد اسامی نیز نوعی تعیین ناپذیری و ابهام وجود دارد که وارتری (Achille C. Varzi) آن را به ترتیب با استفاده از تمایز میان *de dicto* و *de re* بصورت زیر بیان می‌کند:

الف) ابهام وجودشناختی (ontological vagueness): مرجع [نام]t بگونه‌ای است که [دقیقاً] مشخص نیست که چه تکه‌های خاصی از واقعیت، درون مرزهای آن قرار دارند. ([6]:p.6)
 ب) ابهام دلالت‌شناختی (semantical vagueness): [دقیقاً] مشخص نیست که چه تکه‌های خاصی از واقعیت درون مرزهای مرجع [نام]t قرار دارد. (همان)

در قرائت اول از ابهام، اسامی به *اشیاء* مبهم اشاره می‌کنند و اشیاء از رو مبهم‌اند که فاقد مرزهای دقیق زمانی-مکانی هستند. برای مثال، نام 'اورست'، از آن رو مبهم است که مرزهای کوه اورست و غیر آن، بطور دقیق قابل تعیین نیست. در واقع، اگر بنا بر ادعای فیزیک کوانتمی هر جسم مادی را بصورت ابری از الکترون بدانیم، درهم آمیختگی الکترونها، تشکیل دهنده اجسام مختلف مانع از تشخیص دقیق مرز میان آنها می‌شود. بنابراین، در این حالت به نظر می‌رسد که صورت زیر از اصل طرد شق ثالث برای اینهمانی در منطق کلاسیک نقض می‌شود:

$$AEM \forall x \forall y (x = y \vee x \neq y)$$

در قرائت دوم، ابهام در بازنمایی نظام زبانی یا ابزار مفهومی ما نهفته است نه در شیء بازنمایی شده. در این حالت، وقتی می‌گوییم که مرجع واژه‌ایی بطور دقیق تعیین نمی‌شود به این معنی است که واژه مذکور به شکلی مبهم شی‌ای را می‌نامد نه اینکه شیء مبهمی را نامگذاری می‌کند. برای مثال، وقتی نام 'اورست' را بکار می‌بریم دقیقاً معلوم نمی‌کنیم که در حال اشاره به کدام قسمت از زمین هستیم و هر کدام از تکه‌های ظاهراً متمایز واقعیت،

همچون دامنه کوه یا زمین مسطح، می‌توانند نامزد مدلول نام بکار رفته باشند. در این حالت نیز به نظر می‌رسد که صورت زیر از اصل طرد شق ثالث در منطق کلاسیک نقض می‌شود:

$$EMI \exists x (x = a \vee x \neq a)$$

در هر دو برداشت فوق از ابهام، صورتهایی از اصل طرد شق ثالث نقض می‌شود و به نظر می‌رسد که، بجز قواعد وضع مقدم و برش، صدق یکی دیگر از اصول اساسی منطق کلاسیک در حیطه‌ای غیر از ریاضیات با شکست مواجه می‌شود. در این حالت نیز پیشنهاد منطقدان غیر کلاسیک معرفی منطقی است که طرد شق ثالث از جمله قضایای آن نبوده، بطور طبیعی پارادکسی ایجاد نخواهد شد.

نظام قوی کلینی (Kleene)، K_3 ، از جمله منطقی‌های سه ارزشی است که اصل طرد شق ثالث در آن برقرار نیست. زبان این منطق، در سطح جملات، همان زبان منطق کلاسیک است. با این حال، مجموعه ارزشهای ممکن برای یک جمله در دلالت‌شناسی آن بصورت $V = \{0, i, 1\}$ تعریف می‌شود که i نمایانگر ارزش جملاتی است که نه‌صادق‌اند و نه کاذب. مجموعه ارزشهایی که در استدلالهای معتبر این منطق حفظ می‌شود، $D \subseteq V$ ، عبارتست از $D = \{1\}$ و از این رو اعتبار یک استدلال در این منطق، همچون منطق کلاسیک سنجیده می‌شود. براساس جداول ارزش ادات ربط فصل و نقض از جدولهای ارزش این منطق:

f_{\vee}	1	i	0	f_{\neg}	
1	1	1	1	1	0
i	1	i	i	i	i
0	1	i	0	0	1

در حالتی که ارزش p ، i باشد، $p \vee \neg p$ ارزش 1 نخواهد داشت و بنابراین طرد شق ثالث از جمله قضایای K_3 نیست.^۱

۳. منطقی‌های غیر کلاسیک و کاربردپذیری ریاضیات

با وجود پاسخهای غیر کلاسیک به مسائلی همچون مسئله ابهام، منطقدانان غیر کلاسیک عموماً ابتداء استدلالهای ریاضی را بر منطق کلاسیک تصدیق می‌کنند و حوزه ریاضیات را از غیر آن جدا می‌کنند. جدا دانستن حوزه استدلالی ریاضیات در نظریه‌پردازی غیر کلاسیک

برای حوزه‌های غیرریاضیاتی، نگاهی است که بطور دقیق بوسیله جورتلند (Hjortland) تبیین شده است:

اثباتهای ریاضی مملو از نمونه‌های اصول [منطق] کلاسیک است: کاربرد برهان خلف کلاسیک، دلیل شرطی، قیاس انفصالی، قانون جذب و غیره. با این حال، باید براین واقعیت تاکید شود که اینها نمونه‌هایی از اصول کلاسیک هستند. اثباتهای ریاضی متکی بر تعمیمهایی نیستند که بطور نامقید برقرار باشند [...] . آن اثباتها دست بالا متکی بر اصولی هستند که بطور محدود برای عالم سخن ریاضیات برقرارند و این امر مستلزم آن نیست که این اصول استدلالی بطور عام برقرارند. به بیان دیگر، فعالیت ریاضی سازگار با گامهای استدلالی است که اصول استدلالهای ریاضی نمونه‌های آنها هستند نه آنکه قابل تعمیم به دیگر عالم سخنها باشند. بطریق اولی، آن اصول ممکن است برای استدلالهای مجاز در ریاضیات بخوبی عمل کنند ولی برای نظریه‌پردازی برای صدق مناسب نباشند ([7]:p.22)

۱.۳ قضایای غیر کلاسیک

بطور کلی ویلیامسن برآن است که رویکرد جداسازی ریاضیات و غیر آن در نظریه‌پردازی منطقی، به نادیده گرفتن توانایی کاربردپذیری ریاضیات منتهی می‌شود. برای مثال، در مورد *AEMI*، فرض کنید ساکنان غربی یک کوه آن را «اورست» و ساکنان شرقی آن را «چومولگما^۲» می‌نامند. در صورتیکه متغیر x را به شیء مدلول نام «اورست» و متغیر y را به مدلول نام «چومولگما» نسبت دهیم، با توجه ابهام هستی‌شناختی در مورد شیء هم‌چون کوه، فرمول آزاد $x = y$ ، و بنابراین $x = y \vee x \neq y$ ، نه صادق است و نه کاذب؛ و به طریق اولی تعمیم کلی *AEMI* نیز صادق نخواهد بود.

اما روشن است که *AEMI* جمله‌ای در زبان منطق محمولات مرتبه اول است که هیچ ثابت فردی یا محمول نامنتقی (non-logical) ندارد و بنابراین متعلق به زبان ریاضیات است؛ و در اینصورت با انکار *AEMI*، منکر قضیه‌ای از ریاضیات شده‌ایم. در این حالت پاسخ طرفداران جداسازی عالم سخن ریاضیات در رد قضایای منطق کلاسیک به این مسئله بسیار ساده است: قضایای منطق کلاسیک فقط زمانی قابل قبول هستند که محدود به ریاضیات محض و سورها مقید به اشیاء ریاضی محض شوند. برای مثال، فرض کنید که در حال سخن گفتن درباره شاخه‌ای از ریاضیات همچون نظریه مجموعه‌ها و بویژه مجموعه اعداد

طبیعی، هستیم. در این حال، اشیاء موضوع سخنان محدود به مجموعه‌های محض می‌شوند: مجموعه‌هایی که اعضایشان مجموعه‌اند. برای مثال عدد طبیعی 0 بوسیله مجموعه تهی \emptyset ، عدد 1 بصورت $\{\emptyset\}$ ، عدد 2 بصورت $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ و ... تعریف می‌شود. بنابراین از آنجا که کوه اورست و چومولگما، مجموعه‌های تک عضوی، دو عضوی و غیره از آنها، مجموعه‌هایی محض نیستند، اگرچه *AEMI* در مورد چنین اشیاء غیر ریاضی کاذب است، در مورد اشیاء ریاضیاتی محض صادق باقی می‌ماند.

اما، به نظر ویلیامسون طرح مستثناء دانستن عالم سخن اشیاء ریاضی محض در بکار بستن قضایای منطقی، حتی کاربرد روزمره ریاضیات در شمارشهای معمولی را هم مختل می‌کند ([3]:p.4-5). برای مثال، این جمله را در نظر بگیرید که: اگر دقیقاً m سیب و n پرتقال داشته باشیم و هیچ سیبی، پرتقال نباشد (که نیست)، آنگاه $m+n$ سیب و پرتقال داریم. بیان این جمله به زبان نظریه مجموعه‌ها آنست که برای هر مجموعه m عضوی A که همه عضوهایش سیب باشند و هر مجموعه n عضوی B که همه عضوهایش پرتقال باشند، اگر اشتراک A و B تهی باشد، مجموعه A اجتماع با B ، $m+n$ عضو دارد. ملاحظه می‌شود که سورهای عمومی در جمله فوق بروی مجموعه‌هایی آمده‌اند که محض نیستند و اعضاء آنها را سیب و پرتقال تشکیل داده و بنابراین این قضیه را در مورد اشیاء مذکور نمی‌توان بکار بست.

در این حالت، شاید ساده‌ترین راه حل برای مسئله کاربرد ریاضیات آنستکه بگوییم هر نظامی از اشیاء که همه یا بعضی از آنها اشیاء ریاضی محض نباشند با نظامی از اشیاء ریاضیاتی محض هم‌ریخت (isomorph) است. براساس این دیدگاه، هر مجموعه از نامجموعه‌ها در تناظر یک به یک با مجموعه‌ای از مجموعه‌های محض است که خواص، روابط، یا عملگرهای تعریف شده روی مجموعه اول بروی خواص، روابط یا عملگرهای متناظر تعریف شده روی مجموعه دوم نگاشته می‌شود.

با این حال، از نظر ویلیامسن راه حل فوق درست از همان قیدی ضربه می‌خورد که طرفداران جداسازی عالم سخن ریاضیات در رد قوانین منطق کلاسیک در سر دارند ([3]:p.5). وقتی می‌گوییم که هر مجموعه از نامجموعه‌ها در تناظر یک به یک با مجموعه‌ای از مجموعه‌های محض است، سور کلی روی اشیائی بسته شده که متعلق به مجموعه اشیاء ریاضیاتی محض نیستند! برای مثال، فرض کنید مجموعه $\{اورست و چومولگما\}$ از نامجموعه‌ها در تناظر یک به یک با مجموعه X از مجموعه‌های محض

باشد. براساس ادعای طرفداران راهبرد جداسازی، نظریه مجموعه‌های محض از قوانین منطق کلاسیک تبعیت می‌کند و بنابراین یا X حداکثر دو عضو یا حداقل دو عضو دارد. در این صورت از آنجا که $\{اورست و چومولگما\}$ در تناظر یک به یک با مجموعه X است، این مجموعه نیز یا حداکثر دو عضو دارد که در این حالت جمله 'کوه‌های اورست و چومولگما یکی هستند' صادق است، یا حداقل دو عضو دارد که بدین معنی است که جمله 'کوه‌های اورست و چومولگما دو شیء متمایزند' برقرار است. حال آنکه پیشتر دیدیم که ابهام هستی شناختی شیء ای همچون کوه، مانع از اسناد صدق و کذب به جملات اخیر می‌شود. بنابراین می‌توان دید که چگونه استدلال هم‌ریختی نیز با این فرض که طرد شق ثالث در عالم سخن اشیاء غیر ریاضیاتی کاذب است، مغایرت پیدا می‌کند.

ممکن است بگویید که استدلال فوق به معنای شکست ایده هم‌ریختی نیست و اگر قرار است که نظریه مجموعه‌ها مبنایی برای ریاضیاتی فراهم کند که در طبیعت و علوم اجتماعی کاربردپذیر باشد، باید نظریه‌ای غیر محض باشد و عالم سخن آن فقط شامل اشیاء ریاضیاتی محض نباشد؛ و برای مثال، می‌توانستیم بجای ZFC ، $ZFCU$ را در نظر بگیریم که همان نظریه مجموعه‌های زرمولو-فرانکل به‌مراه اصل انتخاب و U شامل اشیاء نامجموعه باشد. اما، در این صورت نیز هر برداشتی از هم‌ریختی بین مجموعه‌های محض و غیر محض، خود بخشی از نظریه مجموعه‌های نامحض $ZFCU$ خواهد بود (نه نظریه مجموعه‌های محض ZFC) که باز هم مسئله تقید سورها به اشیاء ریاضیاتی محض رخ می‌نماید ([3]:pp5).

بنابراین، از نظر ویلیامسن، حتی اگر به نحوی راهی پیدا کنیم که هر مجموعه از نامجموعه‌ها در تناظر یک به یک با مجموعه‌ای از مجموعه‌های محض قرار گیرد، انتقال نتایج بدست آمده درباره مجموعه دوم به مجموعه اول براساس این راهبرد که قوانین منطق کلاسیک فقط به شرط تقید سورها به اشیاء ریاضیاتی محض برقرارند، ناممکن می‌شود؛ زیرا، راهبرد مذکور مستلزم آنستکه آنچه تحت آن قید برقرار است، بطور ساختاری نمایانگر چیزی نیست که بدون چنین قیدی برقرار است ([3]:p.6).

آیا مشکل بر سر $AEMI$ است؟ اگر منطقدان غیر کلاسیک $AEMI$ را بخاطر مشکوک بودن فرض ابهام در اینهمانی هستی‌شناختی، بپذیرد مشکلات فوق بر نمی‌خیزد؟ فرض کنیم منطقدان غیر کلاسیک $AEMI$ را قبول می‌کند. اکنون سؤال بعدی این است که آیا می‌توان قاعده کلاسیک تخصیص کلی (universal instantiation) را بر $AEMI$ بکار بست؟ در صورت

بکاربردن این قاعده، می توان نمونه زیر از آن را برای نامهای a (بعنوان کوتهنوشتی برای اورست) و b (کوتهنوشتی برای چومولگما) استنتاج کرد:

$$AEMi \quad a = b \vee a \neq b$$

اما، منطقدان غیر کلاسیکی که ابهام را نه مسئله ای هستی شناختی، بلکه دلالت شناختی می داند، بلافاصله $AEMi$ را رد می کند و بنابراین در اینجا نیز به ناچار کاربرد قاعده تخصیص کلی باید مقید به اسامی نامبهم شود. اما، از نظر ویلیامسن، اگر قاعده تخصیص کلی را محدود به اسامی نامبهم اشیاء ریاضیاتی محض کنیم و در نتیجه سورها را مقید به اشیاء ریاضیاتی محض کنیم، نامهای مبهم در سایر شاخه های علمی، همچون الکترون، پروتون و ... عملاً بلااستفاده می شوند، زیرا از دسترس تعمیمهای کلی، همچون قضایای ریاضی، خارج می شوند ([3]:p.7).

گذشته از این، ویلیامسن بر آن است که مسئله کاربرد قاعده تخصیص کلی حتی با مقید کردن آن به اشیاء ریاضیاتی محض هم حل نمی شود (همان). برای مثال، فرض کنید a ، کوتهنوشتی برای 'سرعت یک تکه ابر خاص بر حسب کیلومتر بر ساعت'، یا 'عدد جاری مولکولهای اکسیژن در اقیانوس آرام'، یا 'بزرگترین عدد طبیعی کوچک'، باشد. هر کدام از این اوصاف بیانگر ویژگی های شی ای ریاضی هستند که بطور مبهم آن را وصف می کنند: وصف اول بخاطر تعیین ناپذیر بودن مقدار دقیق سرعت تکه ابر خاص و وجود خطا در هر محاسبه آن مبهم است؛ وصف دوم بخاطر تعیین ناپذیر بودن تعداد مولکولهای اقیانوس آرام در هر لحظه دلخواه بواسطه تبخیر لحظه ای آب آن و وصف سوم باوجود محمول 'بزرگترین' مبهم است. در اینصورت برای مثال، جمله 'سرعت آن تکه ابر خاص بر حسب کیلومتر بر ساعت = ۵۰'، باوجود ابهام سمت راست علامت '='، فاقد ارزش صدق و کذب خواهد بود.

بنابراین، از نظر ویلیامسن برای گریز از چنین مسائلی که مبتلابه ابهام دلالت شناختی است، نه تنها باید سورها را مقید به اشیاء ریاضیاتی محض کنیم، بلکه باید از واژگان ریاضیاتی محض برای سخن گفتن استفاده کنیم که بوضوح کاربرد ریاضیات را با مشکلات بیشتری مواجه می کند (همان).

۲.۳ قواعد غیر کلاسیک

الف) از جمله رویکردهای غیر کلاسیک به مسئله ابهام، نگاه برخی منطقدانهای فراسازگار به این مسئله و معتبر ندانستن قاعده قیاس انفصالی بخاطر حافظه‌الصدق نبودن آن است ([8]). براساس این دیدگاه، جملات حاوی مفاهیم مبهم، همچون 'بیژن قد بلند است'، در حالات مرزی هم صادق‌اند و هم کاذب. فرض کنیم A چنین جمله‌ای و B جمله‌ای بوضوح کاذب باشد. در این صورت جمله $A \vee B$ صادق است (چون A صادق است)؛ همچنین $\neg A$ صادق است (چون A کاذب است). در این حالت، اعمال قاعده قیاس انفصالی برای دو مقدمه اخیر، به نتیجه کاذب B منجر خواهد شد و بنابراین، قیاس انفصالی نمی‌تواند برای چنین وضعیتی قاعده معتبری باشد.

حال منطقدان غیر کلاسیکی را در نظر بگیرید که در حمایت از ریاضیات رایج و امتناع از طرح ریاضیاتی بدیل، استدلال کردن بر طبق قواعد منطق کلاسیک را درون ریاضیات می‌پذیرد ولی قاعده یا فراقاعده ساختاری R را در خارج از حوزه ریاضیات نامعتبر می‌داند. بنابراین استنتاج نتیجه C از مقدمات W را، که بطور کلاسیک معتبر است، نامعتبر می‌داند چون در یکی از گامهای آن از قاعده R برای عبارت اتمی غیر ریاضیاتی E، مثلاً مبهم، بکار رفته است. در این حالت ویلیامسن بر آن است که اگر متغیر V را، که از نظر دستوری هم‌نوع با E است، در سراسر استدلال جایگزین E کنیم، آنگاه V، برخلاف E، هیچ معنای مشخص غیر ریاضیاتی ندارد و با انجام این فرآیند برای سایر عبارات غیر ریاضیاتی در استدلال اولیه، استدلالی با مقدمه W^* و نتیجه C^* خواهیم داشت. در این حالت منطقدان غیر کلاسیک ناچار است که استدلال از W^* به C^* را بپذیرد، زیرا شامل هیچ عنصر غیر ریاضیاتی نیست و بطور کلاسیک معتبر است.

برای مثال، نمونه زیر از کاربرد قاعده قیاس انفصالی برای محمول مبهم 'قد بلند' را در نظر بگیرید که منطقدان فراسازگار آن را رد می‌کند:
 بیژن قد بلند است یا در واحد تکاوری استخدام نمی‌شود
 بیژن قد بلند نیست

بیژن در واحد تکاوری استخدام نمی‌شود

اکنون با جایگزینی مناسب متغیرهای گزاره‌ای p و q بجای هر کدام از جملات فوق، استدلال بالا به شکل زیر درمی‌آید و از نظر ویلیامسن منطقدان غیر کلاسیک ناگزیر از پذیرش آن است:

$$\frac{p \vee q \quad \neg p}{q}$$

با این حال، منطقدان غیر کلاسیک برای تن ندادن به چنین نتیجه‌ای ممکن است که جایگزین کردن V بجای E را بعنوان یک جانشانی غیر مجاز رد کند. ولی ویلیامسن بر آن است که:

این ردیه یا نسبت به جزئیات استدلال^۳ از W^* به C^* حساس است یا غیر حساس. اگر حساس نباشد، در اینصورت این ردیه معادل با رد کردن همه جانبه کاربرد تمام ریاضیات و منطق برای عباراتی نظیر E است، که به معنای خردگریز دانستن E است. ولی واژگانی همچون 'خرمن'، 'کوچک'، 'صادق'، 'کاذب'، 'خردگریز نیستند' از سوی دیگر اگر این ردیه نسبت به جزئیات آن استدلال حساس باشد، در اینصورت منطقدان غیر کلاسیک عملاً خود را درگیر طرح تجدیدبنای ریاضیات کرده است. تامشخص کند که این ریاضیات بازسازی شده تا چه حد می‌تواند برای کاربردپذیری، از این عقب‌نشینی به منطق غیر کلاسیک جان سالم به در برد. ([3]:p.14)

ب) می‌دانیم که آزمون فرضیه‌های علمی با استنتاج نتایج منطقی-ریاضیاتی آنها انجام می‌شود و بنابراین نیازمند نظام استدلالی منطقی-ریاضی هستیم تا برطبق آن نظام، از هر مجموعه فرضیات Γ نگاشتی به مجموعه نتایج آن، $Cn(\Gamma)$ ، تولید کند؛ مجموعه نتایج $Cn(\Gamma)$ را بستر Γ تحت رابطه پیامد منطقی [نظام مربوطه] می‌نامیم^۴ و بنابراین ادعای A در $Cn(\Gamma)$ است اگر و تنها اگر $\Gamma \vdash A$. بیل در مورد نقش عملگر بستر یک نظریه می‌گوید:

«نظریه Γ خود را به منطق بدهید و آنگاه راحت بنشینید: منطق، به راحتی، و بطور خودکار، نظریه شما را به $Cn(\Gamma)$ بسط می‌دهد، که شامل همه نتایج (تک عضوی) Γ است.» ([4]:p.3)

عملگر بستر در نظامهای مختلف دارای ویژگیهای ساختاری زیر هستند^۵ ([9]:p.31):

۱. اگر $\Gamma \subseteq \Delta$ آنگاه $Cn(\Gamma) \subseteq Cn(\Delta)$

$$۲. \Gamma \subseteq Cn(\Gamma)$$

$$۳. Cn(Cn(\Gamma)) \subseteq Cn(\Gamma)$$

به عقیده ویلیامسن تمام ویژگیهای فوق در آزمون نظریات علمی فرض گرفته می‌شوند: بنابر ویژگی سوم، هیچ محدودیتی بر طول زنجیره‌های مجاز استدلال وجود ندارد و بنابراین پیامدهای پیامدهای Γ ، پیامدهای Γ هستند. ویژگی دوم بر آن است که حتی یک زنجیره از استدلالها با طول صفر نیز مجاز است و بنابراین اعضای Γ نتایج خود Γ هستند. و در نهایت بنابر ویژگی اول، اگر $\Gamma \subseteq \Delta$ ، آنگاه بطور بدیهی می‌توان از Δ هر کدام از اعضای Γ را نتیجه گرفت و چون $Cn(\Gamma)$ همان مجموعه نتایج منطقی Γ است، اعضای $Cn(\Gamma)$ در $Cn(\Delta)$ جای می‌گیرند و داریم $Cn(\Gamma) \subseteq Cn(\Delta)$ ([3]:p.15).

بعلاوه، سه ویژگی بالا مستلزم همه قواعد ساختاری استاندارد برای یک رابطه پیامد منطقی (در آزمون نظریات علمی)، از جمله قاعده برش هستند و ویلیامسن براساس نشانه گذاریهای بالا نشان می‌دهد: اگر $A \in Cn(\Gamma)$ و $B \in Cn(\Delta \cup \{A\})$ ، آنگاه $B \in Cn(\Gamma \cup \Delta)$ (برای اثبات نگاه کنید به ضمیمه ([3])). در اینصورت، آنها که برای جلوگیری از پارادکس خرمن قاعده ساختاری برش را کنار می‌گذارند، لاجرم قواعد ساختاری فوق را رد می‌کنند و از اینجا این پرسش به میان می‌آید که در اینصورت دانشمندان چگونه نظریات خود را بیازمایند. برای مثال، فرض کنید که بپذیریم تالی هر عدد کوچک، عددی کوچک است و همچنین 0 عددی کوچک است (چنانکه یک دانشمند فرضیات نظریه خود را می‌پذیرد). در اینصورت از این دو فرض پذیرفته شده می‌توان نتیجه گرفت که 1، بعنوان تالی 0، نیز کوچک است و این نتیجه را هم می‌پذیریم (چنانکه دانشمندان نتایج منطقی نظریه خود را می‌پذیرند). اکنون از آنجا که پذیرفته‌ایم که تالی هر عدد کوچکی، کوچک است و 1 نیز کوچک است، استنتاج می‌کنیم که عدد 2 نیز کوچک است و این نتیجه را نیز می‌پذیریم. پذیرش نتیجه اخیر براساس پذیرش دو فرض اولیه و ویژگی سوم عملگر بستار صورت گرفته و هیچ استفاده‌ایی از قاعده برش نشده است. در اینصورت با پذیرش نتایج فعلی، می‌توان بطور نامحدودی به پذیرش نتایج بعدی ادامه داد که در نهایت به پارادکس خرمن

کشیده می‌شویم، درحالی که در نظام منطقی خود قاعده برش را کنار گذاشته‌ایم (همان). بنابراین از نظر ویلیامسن، تنها با قبول عملگر بستار و یژگیهای آن، و بدون بکار بستن قاعده برش، نیز پارادکس خرمن رخ می‌نماید.

۴. ملاحظات

نگارنده بطور کلی با نقدهای ویلیامسن بر منطقیهای غیر کلاسیک، بویژه در مورد رد قضایای کلاسیک، موافق است و به نظر می‌رسد که هر نوع نظریه‌پردازی غیر کلاسیک، اگر نمی‌خواهد ریاضیاتی غیر کلاسیک بنا کند، باید راه‌حلی برای کاربردپذیری ریاضیاتی پیدا کند که قواعد استدلالی آن یکسره از منطق کلاسیک تبعیت می‌کند. با این حال، درباره استدلالهای ویلیامسن در بخش قواعد غیر کلاسیک دونکته را قابل بحث می‌بینم که در ادامه به طرح آنها می‌پردازم.

۱.۴ وصف اعتبار

در بخش ۳-۲)، ویلیامسن استدلال کرد که وقتی متغیرها جایگزین عبارات اتمی حاوی مفاهیم مبهم شوند، منطقدان غیر کلاسیکی که استدلال اولیه را نامعتبر می‌داند، ناگزیر است که اعتبار این ترجمه از استدلال اولیه را قبول کند؛ زیرا از نوع قواعدی است که ریاضی‌دانان در استدلالهایشان بکار می‌برند و اگر منطقدان غیر کلاسیک این جانشانی را غیر مجاز بداند به معنی خردگریز دانستن مفاهیمی همچون 'بلند قد بودن' است.

ظاهراً بیان ویلیامسن در قطعه بالا مستلزم آن است که اگر استدلالی حاوی مفاهیمی همچون مفاهیم مبهم، از قواعد نظریه منطقی کلاسیک پیروی نکنند، بحث عقلانی در آن باره نیز ناممکن است، و این سخن کمی عجیب می‌نماید؛ زیرا در بخش دوم نشان دادیم که مثلاً نظام قوی کلینی بدون درگیر شدن در هیچ پارادکسی می‌تواند ابهامهای دلالت‌شناختی و هستی‌شناختی را توضیح دهد. با این حال، به نظر می‌رسد که قبل از محکوم کردن منطقدان غیر کلاسیک به خردگریز دانستن مفاهیم مبهمی همچون 'خرمن'، باید معلوم شود که اساساً 'اعتبار' وصف چه چیزی است. در صورتی که اعتبار را وصف یک صورت استدلالی محسوب کنیم، روشن است که با معتبر دانستن یک صورت استدلالی، ناگزیریم که همه نمونه‌های آن را هم معتبر بشماریم زیرا اساساً اعتبار آن نمونه‌ها بخاطر اعتبار

صورت استدلالی مفروض است. در این حالت، مسلماً معتبر دانستن صورت استدلالی قاعده قیاس انفصالی و نامعتبر شمردن یکی از صورتهای آن که مفهومی مبهم همچون 'قد بلندبودن' در آن بکار رفته است، امری تناقض آمیز است و به این دلیل است که می‌توان *منطقدان غیرکلاسیک را محکوم به خردگریز دانستن مفاهیم مذکور دانست.*

اما نظر فوق تنها دیدگاه درباره موصوف، اعتبار، نبوده و با تغییر دیدگاه در این خصوص، نتیجه بالا غیرقابل انکار نمی‌نماید. برای مثال، پرست از جمله منطقدانانی است که اعتبار را وصف صورتهای استدلالی نمی‌داند؛ از نظر پرست اگر اعتبار، را وصف گوه‌های استنتاجی بدانیم و، مثلاً بجای استنتاجهای فردی، الگوی زیر از قاعده وضع مقدم را معتبر بدانیم:

A

اگر *A* آنگاه *B*

B

قبل از نسبت دادن وصف اعتبار، به چنین الگویی، لازم است که آن را بطور دقیق بیان کنیم ([10]:p.43)؛ زیرا، برای مثال، نمونه زیر از آن را نمی‌توان استنتاج معتبری شمرد:

اگر بیژن اینجا می‌بود، خیلی عصبانی می‌شد

می‌شد که بیژن اینجا باشد

بیژن خیلی عصبانی می‌شد

اگر فرض کنیم که در بیان الگوهای استنتاجی چنین دقتی صورت گرفته باشد، بازهم از نظر پرست تصور منطق بعنوان نظریه‌ای درباره صورتهای استنتاجی، در مقایسه با منطق به مثابه نظریه‌ای درباره استنتاجهای منفرد، تصویری بسیار سست خواهد بود؛ زیرا صورتهای استنتاجی اغلب فقط بخاطر کمبود نمونه، معتبر می‌نمایند (همان). برای مثال، فرم استنتاجی زیر که در آن مقدمه تقویت می‌شود را در نظر بگیرید:

اگر *A* آنگاه *C*

اگر *A* و *B* آنگاه *C*

ممکن است چنین الگویی را، دست کم تا زمانی که مثالهای نقض استاندارد منطق شرطی را ندیده باشیم، معتبر بدانیم. اما مثال زیر، که در آن از مقدمه‌ای صادق نتیجه‌ای کاذب استنتاج شده، به راحتی عدم اعتبار آن را نشان می‌دهد:

اگر به ایستگاه برویم، می‌توانیم به مقصد تهران قطار بگیریم

اگر به ایستگاه برویم و در آنجا کارکنان اعتصاب کرده باشند، می‌توانیم به مقصد تهران قطار بگیریم

بنابراین، به نظر پریست در مورد انتساب «اعتبار» به الگوهای استنتاجی، «شاید بهتر باشد که آنها را تعمیمات نظری سطح پایینی بنگریم که بوسیله نوعی استقراء شکل گرفته‌اند» ([10]: p.44).

حال اگر هم نظر با پریست، «اعتبار» را بجای الگوهای استنتاجی، وصف افراد آن محسوب کنیم، روشن است که استدلال ویلیامسن در تخطئه منطقدان غیر کلاسیک الزام آور نخواهد بود. زیرا، برای مثال، نمونه‌هایی از الگوی قیاس انفصالی که در آنها مفاهیم مبهم بکار رفته است، نامعتبرند و نمونه‌های مورد استفاده ریاضی دانان از جمله موارد معتبر آن الگو است. بنابراین منطقدان غیر کلاسیک می‌تواند به عدم اعتبار قاعده‌ای معتبر در حوزه استدلالی ریاضیات معتقد باشد بدون آنکه حکم به خردگریزی مفاهیم مبهم دهد.

۲.۴ کل گرای روش‌شناختی

ژیلین راسل در مورد روش‌شناسی استنتاج به بهترین تبیین (یا نظریه ربایی) بر آن است که:

اصل مطلب رویکرد نظریه ربایی مشتمل بر دو ادعاست: ادعای اول عبارتست از کل‌گرایی درباره توجیه منطق: تمام [قضایا و قواعد] منطقیها هستند که توجیه می‌شوند (یا نمی‌شوند) - نه مدعیات جدا جدای نتایج آنها. ادعای دوم آنستکه آنچه نظریه‌ای را توجیه می‌کند عبارتست از کفایت داده‌ها و داشتن مزایا و فقدان معایب است.

([11]:p.3)

از توصیف راسل در مورد روش‌شناسی فوق چنین برمی‌آید که اگر براساس رهیافت استنتاج به بهترین تبیین، نظریه‌ای منطقی را بر نظریه دیگری ترجیح دادیم، نمی‌توان برخی از قضایا (یا قواعد) آن را قبول و برخی دیگر را رد کنیم و ناگزیر از پذیرش تمام مدعیات

آن هستیم. اکنون، فرض کنیم که هم نظر با ویلیامسن و براساس این رویکرد به گزینش نظریات منطقی، منطق کلاسیک را بخاطر توفیق بیشتر آن در کفایت داده‌ها (از جمله تبیین استدلال‌های ریاضیات) برگزینیم. در اینصورت، ناگزیریم که همه مدعیات این منطق، از جمله صورت استنتاجی زیر را هم بپذیریم (چنانکه به تعبیر ویلیامسن دانشمندان نتایج فرضیات خود را می‌پذیرند):

$$P \wedge \neg P \vdash Q$$

این صورت استدلالی در واقع بعنوان یکی از قواعد منطق گزاره‌های کلاسیک بصورت زیر معرفی می‌شود ([12]:p.30):

$$\frac{\quad}{\perp} \perp E$$

\perp

φ

که \perp نمادی برای کذب و φ نمادی برای گزاره‌ای دلخواه است.

بیان این قاعده در زبان طبیعی آنستکه از تناقض، می‌توان هر نتیجه‌ای گرفت. صورت استدلالی فوق از جمله استدلال‌های معتبر بحث انگیز منطق کلاسیک است که رویکردهای مختلف در نظریه‌های فراسازگار^۶ در تلاش برای یافتن راهی در نامعتبر ساختن آنند. منطقدانان ربط بطور خاص، این الگو را از آن رو نامعتبر می‌دانند که یکی از شروط لازم برای اعتبار یک استدلال، مربوط بودن مقدمه (یا مقدمات) به نتیجه است^۷ که این الگو فاقد آن است. علاوه براین، بعید است که بطور شهودی بتوان این استدلال را پذیرفت که: از ۲، زوج است، و ۲، فرد است، می‌توان نتیجه گرفت که، مجموع زوایای داخلی هر مثلث ۱۸۰ درجه است. بنابراین به نظر می‌رسد که این استدلال معتبر در منطق کلاسیک را در خارج از حوزه ریاضیات نامعتبر می‌دانیم^۸.

گذشته از این، به نظر می‌رسد که این الگوی استدلالی، با وجود نفوذ گسترده ریاضیات کلاسیک در انواع شاخه‌های علمی، با واقعیت فعالیت علمی سازگاری ندارد. پاراداکس مقدمه از جمله مواردی است که بخوبی می‌تواند بیانگر این سخن باشد:

پاراداکس مقدمه^۹: فرض کنید دانشمندی پس از مدتی تحقیق، کتابی در مورد زیست لاک‌پشته‌ها در اقیانوسها نوشته است و بنابراین بطور طبیعی به تمام گزاره‌هایی که در آن کتاب نگاشته باور دارد. اما در مقدمه کتاب خود با فروتنی اعلام می‌کند که احتمال خطا در تحقیقاتش وجود دارد و ممکن است بعضی از آن گزاره‌ها نادرست باشند. در اینحالت با اینکه او براساس تحقیقات خود به تک تک گزاره‌های آن کتاب باور دارد، همچنین باور

دارد که همه آنچه در کتاب نوشته صادق نیست احتمالاً بعضی از آنها کاذبند. در این حالت، اگرچه هر کدام از گزاره‌های p_1, p_2, \dots, p_n در کتاب دفاع می‌شود و بنابراین ترکیب عطفی زیر اعلام می‌شود:

$$p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n$$

ولی احتمال خطادر آزمایشها و در نتیجه خطاپذیریدر باورها بعنوان یک هنجار عقلانی، آن دانشمند را وامی‌دارد تا اعلام کند که:

$$\neg(p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n)$$

بنابراین، این دانشمند به ترکیب عطفی زیر باور دارد:

$$(p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n) \wedge \neg(p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n)$$

روشن است که وقتی کتاب مذکور فقط یک مدعا داشته باشد، این ترکیب بصورت $p \wedge \neg p$ خواهد بود. با این حال، آن دانشمند باور ندارد که اعتقاد به اصلی از عقلانیت وی را ملزم به باور هر چیزی می‌کند، چون از تناقض هر چیزی برمی‌آید! به نظر نگارنده، آنچه در اینجا بیشتر اهمیت دارد آن نیست که منطق کلاسیک از قاعده‌ای استفاده می‌کند که با واقعیت فعالیت علمی در تضاد است و شهود عقلانی‌مان را برآورده نمی‌کند؛ بلکه، این مثال بیانگر آن است فعالیت علمی، چنانکه ویلیامسن می‌پندارد، یکسره از قواعد منطقی که ریاضیات رایج بر آن استوار است پیروی نمی‌کند و در مورد وضعیتی همچون بالا، به نظر می‌رسد که منطقی‌های فراسازگار، که صورت استدلالی فوق در آن نامعتبر است، بهتر می‌تواند این نوع رفتار دانشمندان را توضیح دهد. بدین طریق و بطور خاص در مورد قاعد برش، نیل تنانت از جمله منطقدانهای غیر کلاسیک است که قاعده برش را بخاطر احتراز از شرط نامربوط بودن مقدمه و نتیجه کنار می‌گذارد؛ زیرا، ممکن است در $(1), \Gamma, \Pi$ ناسازگار یا Δ, Σ راستگوی منطقی باشد ([13]).

بعلاوه، یکی از راههای اثبات صورت استدلالی $P \wedge \neg P \vdash Q$ به شکل زیر است:

$$A \vdash A \vee B \quad \vee \text{ introduction}$$

$$A \vee B, \neg A \vdash B \quad \text{Disjunctive Syllogism}$$

Cut

$$A \wedge \neg A \vdash B$$

در این صورت برای جلوگیری از چنین نتیجه‌ای دو راه حل وجود دارد: (۱) کنار گذاشتن قاعده قیاس انفصالی و (۲) نامعتبر دانستن قاعده برش. در این حالت، تنانت در حمایت یک منطق ربطی برای استدلالهای ریاضیات و برخلاف انتخاب اغلب منطق‌دانان ربط ([18], [17], [16])، بجای قاعده قیاس انفصالی، کاربرد قاعده برش را محدود می‌کند ([14]:p.706). مسلماً استفاده از قاعده قیاس انفصالی در استدلالهای ریاضی بسیار شایع است و از جمله دستاویزهای مهم برجس در نقد منطق ربط و ناتوان دانستن آن در صورتبندی استدلالهای ریاضیات که در مقدمه به آن اشاره شد، کنار گذاشتن همین قاعده از جانب منطق‌دانان ربط، از جمله می‌یر، است. از این رو، تنانت صورتی ربطی از قواعد استنتاج در منطق کلاسیک ارائه می‌کند که قاعده قیاس انفصالی در آن حفظ می‌شود ([14]:p.716).

۵. نتیجه‌گیری

رشد گسترده شاخه‌های مختلف ریاضیات کلاسیک و وابستگی سایر رشته‌های علمی به آن موجب شده تا منطق‌دانان غیر کلاسیک، تجدیدنظرها در منطق کلاسیک را منحصر به خارج از حوزه ریاضیات کنند. ولی، ویلیامسن نشان داده است که جدا دانستن حوزه ریاضیات از نتایج آن تجدیدنظرها، دیدگاهی خوشبینانه است و به ناچار دامن ریاضیات را نیز آلوده ساخته و در نتیجه کاربردپذیری آن را با اختلال مواجه می‌سازد. با این حال، به نظر می‌رسد که نگاه ویلیامسن به دامنه قواعد کلاسیک، بویژه جای دادن قاعده برش در مجموعه قواعد منطق کلاسیک، کمی زیاده خواهی است و چنانکه خود ویلیامسن نشان می‌دهد، بدون این قاعده نیز می‌توان فعالیت علمی مبتنی بر استنتاج قیاسی را کنترل کرد. بعلاوه، بعضی قواعد منطق کلاسیک، همچون قاعده حذف کذب بصورت بالا، ظاهراً نه در ریاضیات کاربردی دارد و نه با فعالیت علمی سازگار است و بنابراین نمی‌توان انتظار داشت که فعالیت علمی، علی‌رغم نفوذ گسترده ریاضیات در علوم مختلف، یکسره مبتنی بر قواعد منطق کلاسیک است.

پی‌نوشت‌ها

۱. در واقع هیچ قضیه‌ای در نظام قوی کلینی برقرار نیست.

ملاحظات در نظر ویلیامسن درباره تنش میان منطق غیر کلاسیک ... ۳۵

۲. نامی که مردم تبت بر کوه اورست نهاده‌اند

۳. نمادها برای همخوانی با متن تغییر کرده‌اند

۴. در واقع هر نظام منطقی را می‌توان همان بستار منطقی آن در نظر گرفت.

۵. عملگر بستار در نگاه تارسکی ویژگیهای دیگری هم دارد که گفتن آنها برای بحث حاضر چندان اهمیتی ندارد.

6. paraconsistent

۷. از جمله معیارهای مربوط بودن مقدمات و نتیجه یک استدلال در منطق ربط، variable sharing است

۸. جستجوی نگارنده برای یافتن کاربرد این قاعده در ریاضیات ناکام ماند و به نظر می‌رسد که جز برای اثبات برخی صورت برهانهای منطقی، کاربردی در ریاضیات ندارد. تمام نظریه‌های ریاضی دارای مدل و بنابراین سازگارند و از این رو در استنتاج نتایج منطقی نظریات ریاضی هیچگاه از تناقض آغاز نمی‌کنیم.

9. preface paradox

کتابنامه

- Field, H. (2008). *Saving truth from paradox*, OUP
- Burgess, John P. (1958). *Read on relevance: A rejoinder*. Notre Dame Journal of Formal Logic, vol.25: 217–223.
- Williamson, T. (2018). *Alternative Logics and Applied Mathematics*. Philosophical Issues, 00, Philosophy of Logic and Inference
- Beall, JC. (2013). *Free of Detachment: Logic, Rationality, and Gluts*. Noûs
- Ripley, D. (2013). *Paradoxes and Failures of Cut*. Australasian Journal of Philosophy
- Varzi, Achille C. (2001). *Vagueness, Logic, and Ontology*. The Dialogue. Yearbooks for Philosophical Hermeneutics 1, 135–154
- Hjortland, O.T. (2017). *Anti-exceptionalism about logic*. philosophical studies, volume 174, issue 3
- Weber, Zack. (2010). *A Paraconsistent Model of Vagueness*. Mind, Vol 0.0
- Tarski, Alfred. 1983: *Logic, Semantics, and Metamathematics*, 2nd ed., translated by J.H. Woodger, edited by J. Corcoran.
- Priest, G. (2016). *Logical disputes and the a priori*. Logique et Analyse.
- Russell, Gillian. (2018). *Deviance And Vice: Strength As A Theoretical Virtue In The Epistemology Of Logi*, Philosophy and Phenomenological Research
- Van Dalen, Dirk. (2013). *Logic and Structure*. Fifth edition, Springer

- Tennant, Neil. (1987), *Anti-Realism and Logic*, Clarendon Press, Oxford.
- Tennant N. (2005). *Relevance in Reasoning*. in the oxford handbook of philosophy of Mathematics and Logic, edited by Shapiro, S, OUP
- Williamson, T. (2015). *Semantic paradoxes and abductive methodology*. In Armour-Garb, B., editor, *The Relevance of the Liar*. OUP, Oxford
- Mares Edwin. (2004). *Relevant Logic*. Cambridge university press
- Anderson, Alan R, Belnap, Nuel D, Dunn, Michael. (1992). *Entailment. Logic of Relevance and Necessity*, vol. 2. Princeton university press.
- Read, Stephen. (1988). *Relevant Logic*. Blackwell, Oxford